



2015 METŲ MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO REZULTATŲ STATISTINĖ ANALIZĖ

2015 m. birželio 5 d. matematikos valstybinį brandos egzaminą leista laikyti 15 282 kandidatams – vidurinio ugdymo programos baigiamųjų klasių mokinių ir ankstesnių laidų abiturientų, panorusių perlaikyti matematikos valstybinį brandos egzaminą. Dėl įvairių priežasčių į egzaminą neatvyko 868 kandidatai.

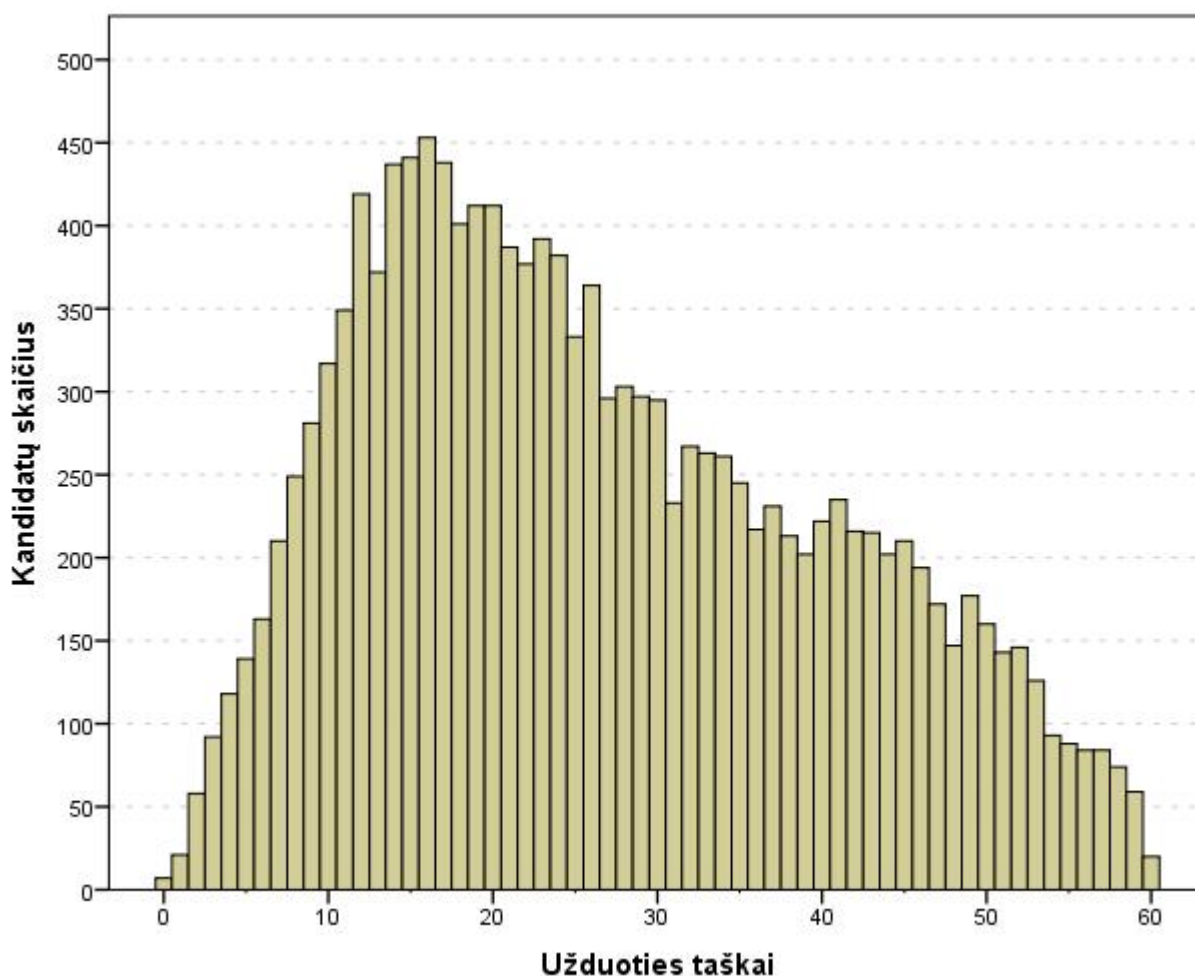
Maksimali taškų suma, kurią galėjo surinkti laikantieji egzaminą, – 60 taškų. Minimali egzamino išlaikymo taškų sumos riba, kuri nustatoma po egzamino rezultatų sumavimo, – 10 taškų. Tai sudarė 16 proc. visų galimų taškų. Matematikos valstybinio brandos egzamino neišlaikė 9,25 proc. jį laikiusiųjų.

Pakartotinės sesijos matematikos valstybinį brandos egzaminą 2015 m. birželio 29 d. laikė 87 kandidatai, 15 kandidatų į egzaminą neatvyko, 7 kandidatai neišlaikė.

Žemiau pateikta statistinė analizė paremta pagrindinės sesijos matematikos valstybinio brandos egzamino rezultatais.

Matematikos valstybinio brandos egzamino kandidatų surinktų užduoties taškų vidurkis yra 26,54 taško, taškų sumos standartinis nuokrypis (dispersija) – 13,94. Didžiausias šiomet gautas egzamino įvertinimas – 60 taškų.

Matematikos valstybinį brandos egzaminą laikusių kandidatų surinktų taškų pasiskirstymas pateiktas 1 diagramoje.



1 diagrama. Matematikos valstybinį brandos egzaminą laikusių kandidatų surinktų taškų pasiskirstymas

Valstybinio brandos egzamino vertinimas yra kriterinis. Minimalus išlaikyto valstybinio brandos egzamino įvertinimas yra 10 balų, maksimalus – 100 balų. Šie balai į dešimtbalės skalės pažymį nėra verčiami. Jie įrašomi į



kandidato brandos atestato priedą kaip valstybinio brandos egzamino įvertinimai.

Statistinei analizei atlikta iš visų kandidatų darbų. Apibendrinus informaciją, esančią kandidatų darbuose, kiekvienam užduoties uždaviniui (ar jo daliai, jei jis buvo sudarytas iš struktūrinių dalių) buvo nustatyta:

- **kuri dalis kandidatų pasirinko atitinkamą atsakymą** (jei uždavinys buvo su pasirenkamaisiais atsakymais) **ar surinko atitinkamą skaičių taškų** (0, 1, 2 ir t. t.);

- **uždavinio sunkumas.** Šį parametą išreiškia toks santykis:

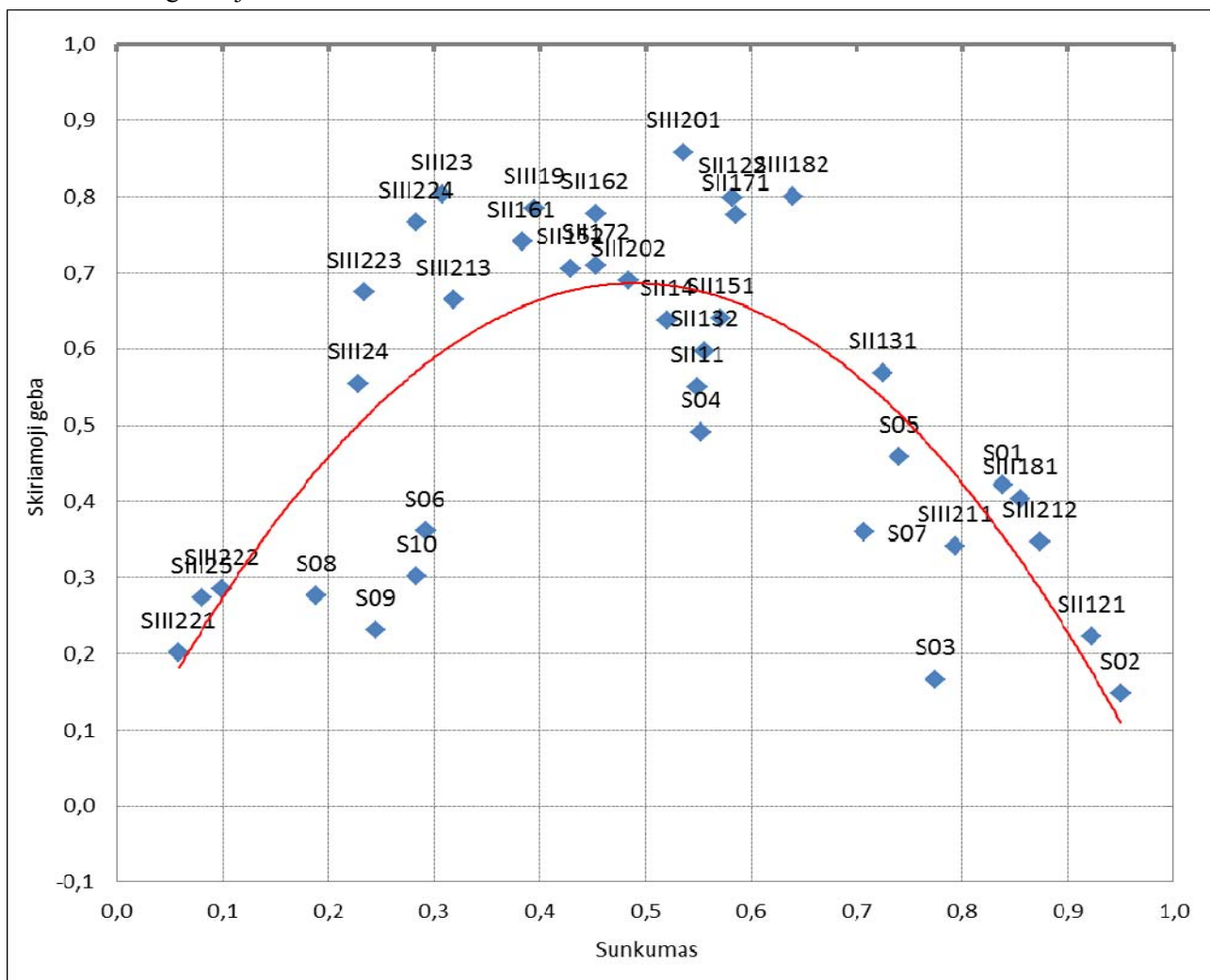
$$\frac{(\text{visų kandidatų už šį uždavinį surinktų taškų suma})}{(\text{visų už šį uždavinį teoriškai galimų surinkti taškų suma})}$$

Jei uždavinys buvo vertinamas vienu tašku, tai jo sunkumas tiesiogiai parodo, kuri dalis kandidatų tą uždavinį išsprendė teisingai;

- **uždavinio skiriamoji geba.** Šis parametras rodo, kaip atskiras egzamino uždavinys išskiria stipresnius ir silpnesnius kandidatus. Jei uždavinys buvo labai lengvas ir į jį beveik vienodai sėkmingai sprendė ir stipresnieji, ir silpnesnieji kandidatai, tai tokio uždavinio skiriamoji geba maža. Panaši skiriamoji geba gali būti ir labai sunkaus uždavinio, į kurį beveik niekas neatsakė. Neigiama skiriamosios gebos reikšmė rodo, kad silpnesnieji (sprendžiant pagal visą egzamino užduotį) už tą uždavinį surinko daugiau taškų nei stipresnieji (tai prasto uždavinio požymis). Pagal testų teoriją, geri uždaviniai yra tie, kurių skiriamoji geba yra 0,4–0,5, labai geri – 0,6 ir daugiau. Dėl įvairių pedagoginių ir psichologinių tikslų kai kurie labai sunkūs arba labai lengvi uždaviniai vis vien pateikiami teste, nors jų skiriamoji geba ir nėra optimali;

- **uždavinio koreliacija su visa užduotimi.** Tai to uždavinio surinktų taškų ir visų užduoties surinktų taškų koreliacijos koeficientas (apskaičiuojamas naudojant Pirsono koreliacijos koeficientą). Šis parametras rodo, kuria dalimi atskiras uždavinys žinias ir gebėjimus matuoja taip, kaip ir visa užduotis. Žinoma, daugiataškio uždavinio koreliacija su visa užduotimi yra didesnė nei vienataškio.

Visų matematikos valstybinio brandos egzamino užduočių sunkumo ir skiriamosios gebos priklausomybė pavaizduota 2 diagramoje.



2 diagrama. Visų užduočių sunkumo ir skiriamosios gebos priklausomybė



Turinio požiūriu, matematikos valstybinis brandos egzaminas apima 4 temas. 1 lentelėje pateikta informacija apie atskirų užduoties temų tarpusavio koreliaciją. Šis parametras rodo, kuria dalimi tam tikra atskira testo užduotis matuoja mokinio kompetencijas kitos atskiros užduoties ir visos užduoties atžvilgiu.

1 lentelė. Informacija apie atskirų užduoties temų tarpusavio koreliaciją

Temos	Skaičiai, skaičiavimai, algebra	Geometrija	Funkcijos ir analizės pradmenys	Kombinatorika, tikimybės ir statistika	Bendra taškų suma	Bendra taškų suma atėmus temos taškų sumą
Skaičiai, skaičiavimai, algebra	1,00	0,77	0,84	0,68	0,93	0,86
Geometrija	0,77	1,00	0,80	0,67	0,90	0,83
Funkcijos ir analizės pradmenys	0,86	0,80	1,00	0,66	0,94	0,87
Kombinatorika, tikimybės ir statistika	0,65	0,67	0,66	1,00	0,79	0,71

2 lentelė. Informacija žinių ir taikymų tarpusavio koreliaciją

Temos	Žinios ir supratimas	Taikymai	Problemų sprendimas	Bendra taškų suma	Bendra taškų suma atėmus temos taškų sumą
Žinios ir supratimas	1,00	0,81	0,70	0,93	0,82
Taikymai	0,81	1,00	0,74	0,95	0,84
Problemų sprendimas	0,70	0,74	1,00	0,86	0,76

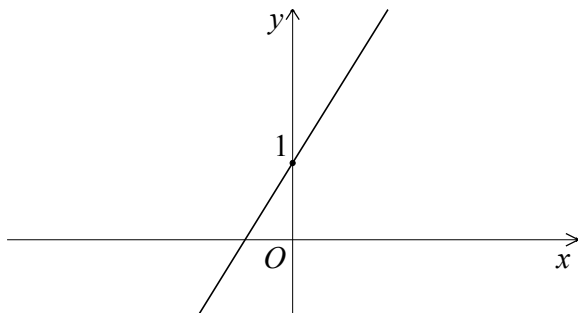
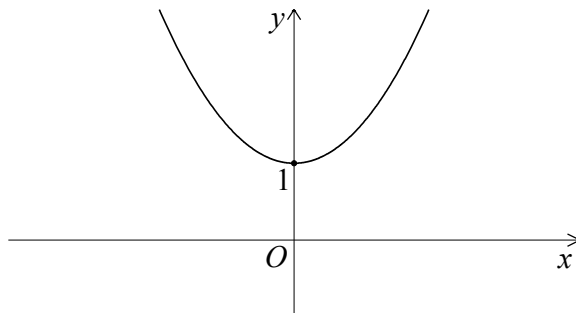
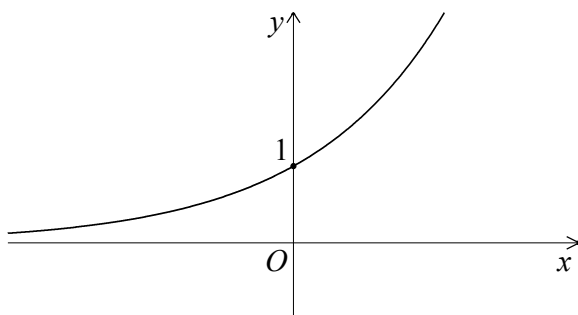
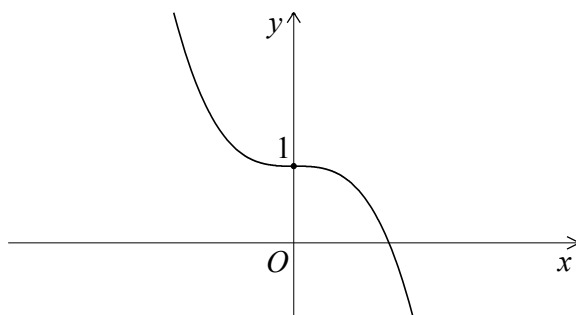
Toliau pateikiama matematikos valstybinio brandos egzamino užduoties uždavinių statistinė analizė.



**2015 m. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS****I dalis**

Kiekvienas teisingas 1–12 uždavinio atsakymas vertinamas 1 tašku.

B→01. Kuris iš pateiktų eskizų yra funkcijos $y = 2^x$ grafiko eskizas?

A**B****C****D**

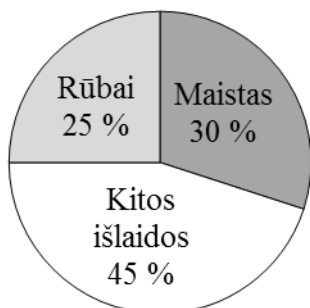
Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C*	D	Neatsakė			
5,78	6,87	83,83	3,41	0,11	0,84	0,42	0,42

B→02. Sekos bendrasis narys užrašomas formule $a_n = 3n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Šios sekos penktasis narys a_5 yra lygus:

A 5**B** 14**C** 15**D** 34

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B*	C	D	Neatsakė			
3,97	94,96	0,85	0,13	0,09	0,95	0,15	0,26

B→03. Diagramoje pavaizduotas šeimos vieno mėnesio visų išlaidų paskirstymas procentais. Tą mėnesį **maistui** šeima išleido 420 eurų. Kiek eurų šeima išleido rūbams?

**A** 105**B** 350**C** 399**D** 400



Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B*	C	D	Neatsakė			
19,77	77,41	2,05	0,68	0,09	0,77	0,17	0,15

B→04. Imties 5; 14; 11; 6; 5; 10; 12 mediana yra:

A 10

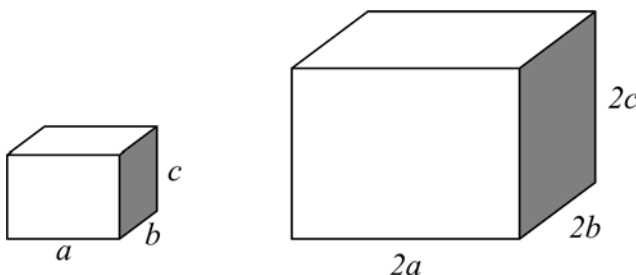
B 9

C 6

D 5

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A*	B	C	D	Neatsakė			
55,32	7,30	30,37	6,82	0,19	0,55	0,49	0,39

B→05. Vandens čiaupo pajėgumas yra toks, kad stačiakampio gretasienio formos baseinas, kurio matmenys yra a , b ir c , pripildomas per 1 valandą. Per kiek laiko iš to paties vandens čiaupo, veikiančio tokiu pačiu pajėgumu, galima būtų pripildyti stačiakampio gretasienio formos $2a$, $2b$ ir $2c$ matmenų baseiną?



A 2 val.

B 4 val.

C 6 val.

D 8 val.

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C	D*	Neatsakė			
13,91	6,69	5,19	74,06	0,15	0,74	0,46	0,40

06. Išspręskite lygtį $(x + 2011)(x + 2013)(x + 2014) = (x + 2013)(x + 2014)(x + 2015)$.

A $-2011; -2013; -2014; -2015$

B $-2011; -2015$

C $-2013; -2014$

D sprendinių nėra

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C*	D	Neatsakė			
7,67	23,71	29,19	38,99	0,44	0,29	0,36	0,33

07. Su kuria x reikšme vektoriai $\vec{a} = (x; 3)$ ir $\vec{b} = (-2; 6)$ yra kolinearūs?

A -9

B -1

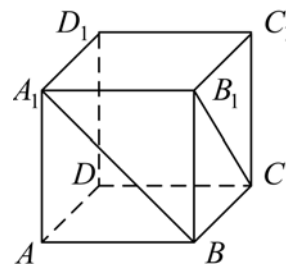
C 1

D 9

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B*	C	D	Neatsakė			
9,87	70,72	8,30	10,95	0,16	0,71	0,36	0,32



08. Paveiksle pavaizduotas kubas $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Raskite kampo tarp tiesių, kuriose yra kubo sienų įstrižainės $A_1 B$ ir $B_1 C$, didumą.



- A** 0° **B** 45° **C** 60° **D** 90°

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C*	D	Neatsakė			
12,59	37,04	18,92	31,12	0,33	0,19	0,28	0,32

09. Seifo kodą turi sudaryti trys skirtingi skaitmenys, užrašyti didėjimo tvarka. Kiek tokių skirtingų kodų galima sudaryti?

- A** 84 **B** 120 **C** 504 **D** 720

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B*	C	D	Neatsakė			
16,67	24,47	31,89	26,65	0,33	0,24	0,23	0,24

10. Žinoma, kad funkcija $f(x)$ yra lyginė, o $g(x)$ – nelyginė. Jei $f(a) = -b$, $g(-b) = a$, kur $a \neq 0, b \neq 0$, tai $g(f(-a)) + f(g(b))$ lygu:

- A** $a + b$ **B** $-a - b$ **C** $b - a$ **D** $a - b$

Atsakymų pasirinkimas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C	D*	Neatsakė			
13,04	16,56	41,84	28,40	0,17	0,28	0,30	0,30

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–17) teisingas atsakymas vertinamas 1 tašku (kitu atveju vertinama 0 tašku).

- B→11.** Raskite aibių $A = [-2; 4]$ ir $B = (-6; 3]$ sankirtą $A \cap B$.

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
45,09	54,91	0,55	0,55	0,42

- B→12.** Išspręskite lygtis:

12.1. $5^{2x} = 125$;

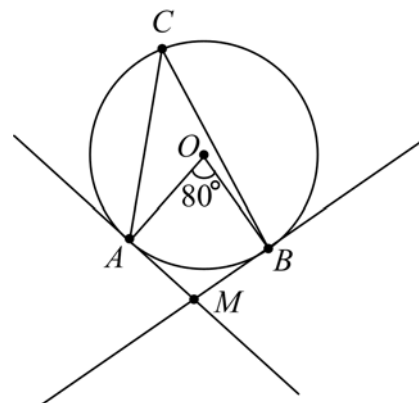
Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
7,78	92,22	0,92	0,22	0,33



12.2. $|x - 2| = 5$.

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
41,79	58,21	0,58	0,80	0,62

- B→13.** Taškas C priklauso apskritimui, kurio centras yra taškas O . Iš taško M , esančio apskritimo išorėje, nubrėžtos dvi tiesės, kurios liečia apskritimą taškuose A ir B , $\angle AOB = 80^\circ$ (žr. pav.).



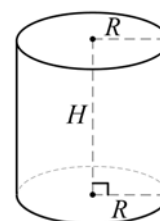
- 13.1. Apskaičiuokite $\angle ACB$ didumą.

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
27,55	72,45	0,72	0,57	0,48

- 13.2. Apskaičiuokite $\angle AMB$ didumą.

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
44,37	55,63	0,56	0,60	0,47

- B→14.** Ritinio pagrindo apskritimo ilgis lygus 30, o ritinio aukštinės ilgis lygus 6 (žr. pav.). Apskaičiuokite šio ritinio šoninio paviršiaus plotą.



Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
47,88	52,12	0,52	0,64	0,50

- B→15.** Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes.

x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 1)$	1	$(1; 6)$	6	$(6; +\infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$

- 15.1. Užrašykite funkcijos $f(x)$ reikšmių didėjimo intervalą (-us).

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
42,81	57,19	0,57	0,64	0,50

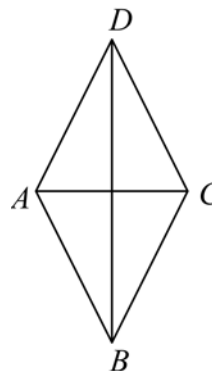


15.2. Užrašykite funkcijos $f(x)$ reikšmių didėjimo intervalą (-us).

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
57,06	42,94	0,43	0,71	0,57

16. Keturkampis $ABCD$ yra rombas (žr. pav.).

16.1. Užrašykite vektorių, lygų vektorių sumai $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.



Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
61,65	38,35	0,38	0,74	0,61

16.2. Apskaičiuokite vektorių skaliarinę sandaugą $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
54,70	45,30	0,45	0,78	0,62

17. Vandens lygis d (metrais) uoste laiko momentu t paros laikotarpyje, pradedant nuo vidurnakčio, apskaičiuojamas pagal formulę $d(t) = 10 + 1,8 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, $0 \leq t \leq 24$.

17.1. Apskaičiuokite vandens lygį uoste 9 valandą ryto.

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
41,45	58,56	0,59	0,78	0,60

17.2. Nustatykite didžiausią galimą d reikšmę.

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
54,68	45,32	0,45	0,71	0,56



III dalis

18. Duota funkcija $g(x) = x^3 - 6x^2$.

B→18.1. Apskaičiuokite $g'(2)$.

(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
10,45	8,15	81,40	0,85	0,40	0,47

18.2. Raskite funkcijos $g(x)$ pirmąją funkciją $G(x)$.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
36,06	63,94	0,64	0,80	0,62

B→19. Raskite lygties $2\sin x = -1$ sprendinius, priklausančius intervalui $[-180^\circ; 360^\circ]$.

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
42,55	18,38	17,15	21,92	0,39	0,78	0,78

20. Duotas reiškinys $\log_{0,2}(2x+3) + \log_{0,2}(4x-5)$.

B→20.1. Parodykite, kad šio reiškinio apibrėžimo sritis yra intervalas $(1,25; +\infty)$.

(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
43,31	6,17	50,51	0,54	0,86	0,69

20.2. Išspręskite nelygybę $\log_{0,2}(2x+3) + \log_{0,2}(4x-5) \geq \log_{0,2} 13$.

(5 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4	5			
18,11	16,23	17,26	18,28	14,07	16,04	0,48	0,69	0,80

21. Dėžėje yra raudoni, mėlyni ir geltoni rutuliukai. Iš dėžės atsitiktinai išimamas vienas rutuliukas, lape užrašoma jo spalva ir jis padedamas atgal į dėžę. Tikimybė, kad lape bus užrašyta „raudona“, lygi $\frac{5}{12}$, o kad užrašyta „mėlyna“, lygi $\frac{1}{3}$.

B→21.1. Apskaičiuokite tikimybę, kad lape bus užrašyta arba „raudona“, arba „mėlyna“.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
20,68	79,32	0,79	0,34	0,34



B→21.2. Apskaičiuokite tikimybę, kad lape bus užrašyta „geltona“.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
12,57	87,43	0,87	0,35	0,40

21.3. Iš dėžės atsitiktinai išimamas vienas rutuliukas, lape užrašoma jo spalva ir jis padedamas atgal į dėžę. Tai kartojama tris kartus. Kuri tikimybė yra didesnė: lape bus užrašytos trys vienodos ar trys skirtingos spalvos? Atsakymą pagrįskite.

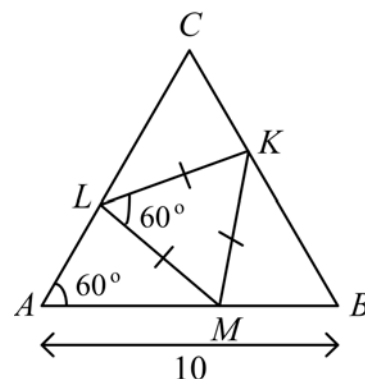
(5 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4	5			
48,57	9,86	8,12	8,89	16,15	8,41	0,32	0,66	0,73

22. Lygiakraščio trikampio ABC kraštinės ilgis lygus 10. Kraštinėse BC , AC ir AB pasirinkti taškai K , L ir M taip, kad trikampis KLM yra lygiakraštis (žr. pav.).

B→22.1. Pagrįskite, kad $\angle AML = \angle CLK$.

(1 taškas)



Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
94,10	5,90	0,06	0,20	0,43

B→22.2. Pagrįskite, kad trikampiai AML ir CLK yra lygūs.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
90,05	9,95	0,10	0,28	0,44

22.3. Pažymėję atkarpos AM ilgį x , o atkarpos LM ilgį y , pagrįskite, kad $y = \sqrt{3x^2 - 30x + 100}$, $0 \leq x \leq 10$.

(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
75,27	2,55	22,18	0,23	0,67	0,68

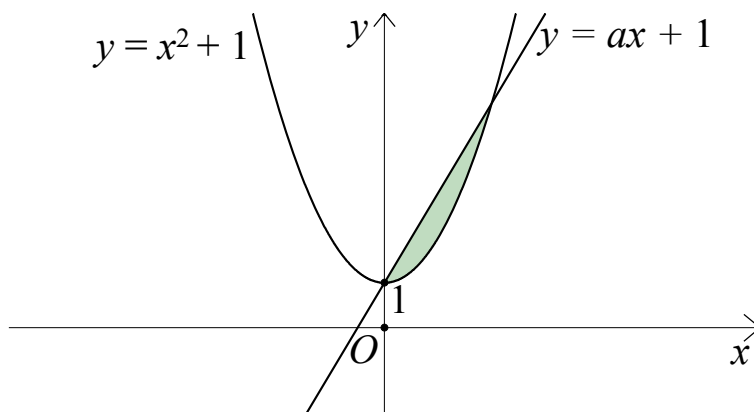


22.4. Nustatykite, su kuria x reikšme LM ilgis yra mažiausias.

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
64,10	6,39	9,92	19,59	0,28	0,77	0,76

23. Figūra yra ribojama parabolės $y = x^2 + 1$ ir tiesės $y = ax + 1$; čia $a > 0$ (žr. pav.). Su kuria a reikšme šios figūros plotas lygus 36?



(5 taškai)

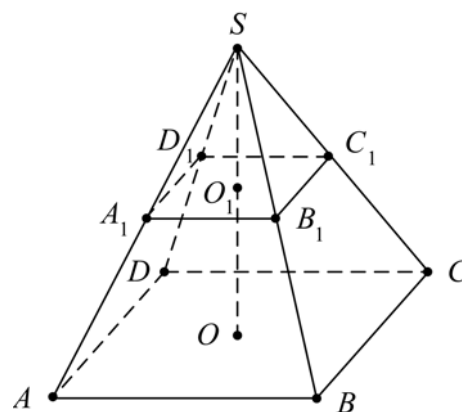
Taškų pasiskirstymas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4	5			
54,55	9,01	7,56	5,06	4,32	19,49	0,31	0,80	0,81

24. Taisyklingosios keturkampės piramidės, kurios visos briaunos lygios, tūris lygus $972\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Plokštuma, lygiagreti piramidės pagrindui $ABCD$, piramidės briaunas kerta taškuose A_1, B_1, C_1 ir D_1 , o aukštinę SO – taške O_1 taip, kad $SO_1 : O_1O = 1 : 2$ (žr. pav.).

Apskaičiuokite nupjautinės piramidės $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ tūrį.

(3 taškai)



Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
63,15	14,56	13,06	9,25	0,23	0,55	0,69



25. Tuo pačiu metu iš miestelių A ir B pastoviais greičiais vienas priešais kitą išvažiavo du dviratininkai. Pirmasis važiavo iš miestelio A į miestelį B , o antrasis – iš miestelio B į miestelį A . Pakeliui jie susitiko. Po susitikimo pirmasis dviratininkas į miestelį B atvyko po 36 minučių, o antrasis į miestelį A atvyko po 25 minučių. Kiek minučių pirmasis dviratininkas važiavo iš miestelio A iki susitikimo su antruoju dviratininku?

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
87,31	6,40	1,12	5,16	0,08	0,27	0,55

