



2021 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO REZULTATŲ ANALIZĖ

ANTANAS APYNIS

2021-11-16



203

OLIMPINĖ DIENA

XVII PASVALIO
MARATONAS

2021.08.07 | 42,195 KM

42

ANTANAS

Bėgu - gyvenu!
LIETUVOS BĖGIMO TAURĖ

2020

AME UŽ LAISVĘ MAŽEIKIAI

13

568

Danske Bank

42,195 km

14

VILNIUS

623



XVII PASVALIO
MARATONAS

2021

6

LTU 19.05.2019

Antanas

Vilniaus maratonas

Danske Bank

529

ANTANAS

42,195 km

Time zone sticker

Fakto Au

OFICIALUS ATSTOVAS LIETU

10 KI

30-31

TURINYS

- Matematikos VBE laikę mokiniai
- Matematikos VBE rezultatai
- Matematikos VBE egzamino užduoties statistika ir apžvalga
 - I dalis
 - II dalis
 - III dalis
- Alternatyvūs sprendimai

A decorative graphic on the left side of the slide, consisting of a network of white lines and circles on a blue background, resembling a circuit board or a data network. The lines are vertical and horizontal, with some diagonal connections, and the circles are of varying sizes, some acting as nodes or junctions.

POPULIACIJA

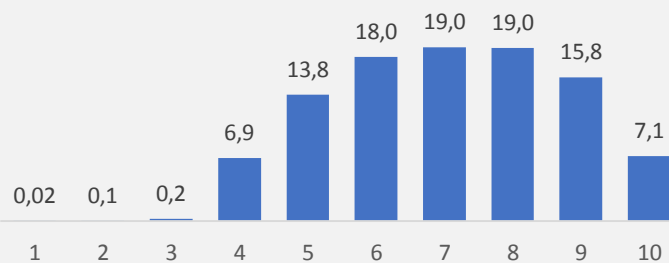
MATEMATIKOS VBE LAIKĘ MOKINIAI

	Skaičius	Proc.
Bendras	15149	
Mergina	8208	54.2
Vaikinas	6941	45.8
Gimnazija	14180	93.6
Profesinė mokykla	357	2.4
Eksternai ir buvę mokiniai	612	4.0
Baltarusių k.	7	0.05
Lenkų k.	398	2.6
Lietuvių k.	14235	94.0
Rusų k.	509	3.4
lietuvių kalba	14235	94.0
tautinių mažumų kalba	914	6.0
A (Išplėstinis kursas)	12926	85.3
B (Bendrasis kursas)	1548	10.2
Nenurodė arba eksternai ir buvę mokiniai	675	4.5
Didmiestis	7582	50.0
Miestas	6716	44.3
Kaimas	851	5.6

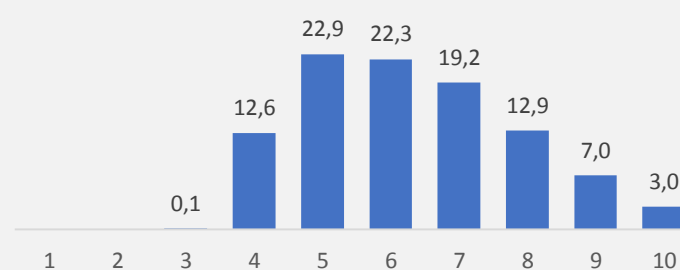
Į egzaminą registravosi – 16859

Dalyvavo – 15149

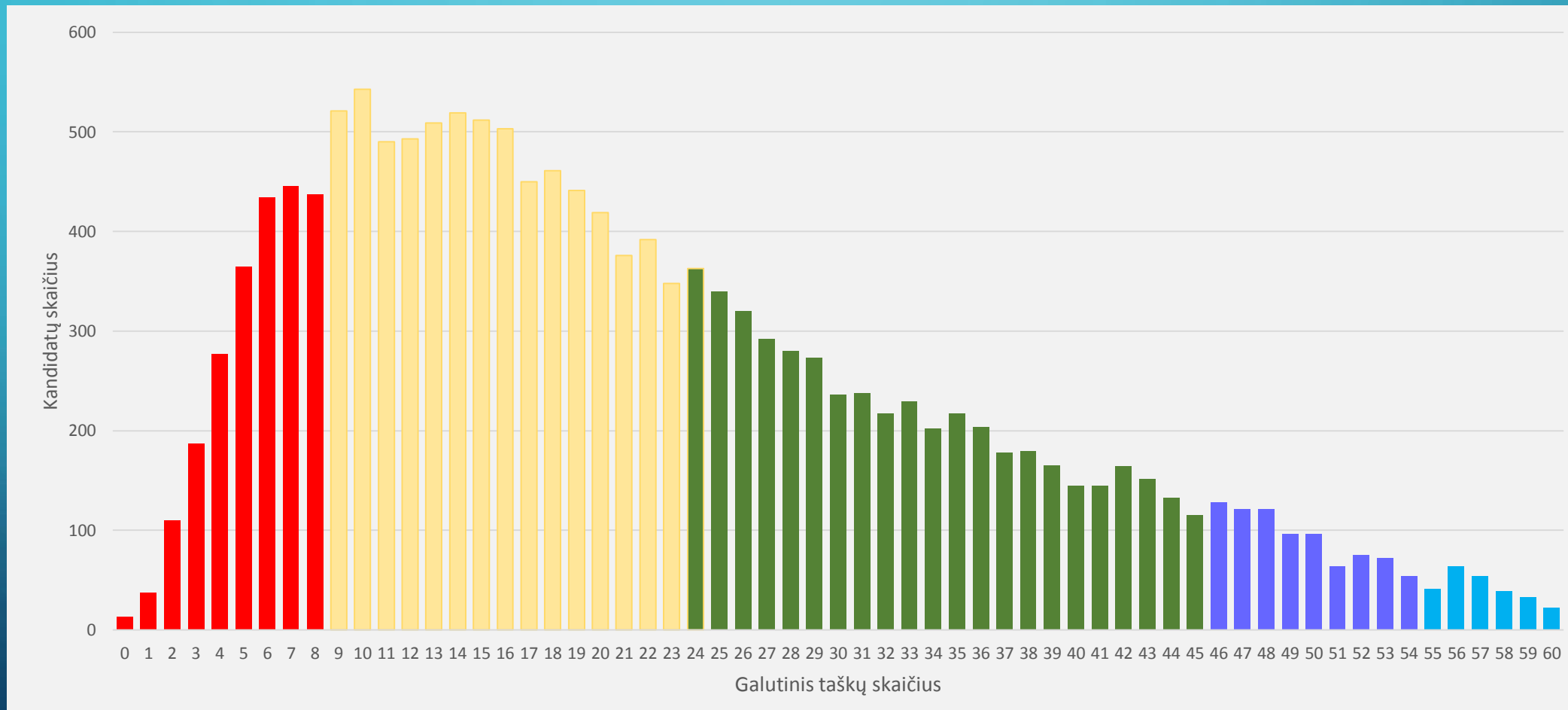
Pažymiai - A (Išplėstinis kursas), proc.



Pažymiai - B (Bendrasis kursas), proc.

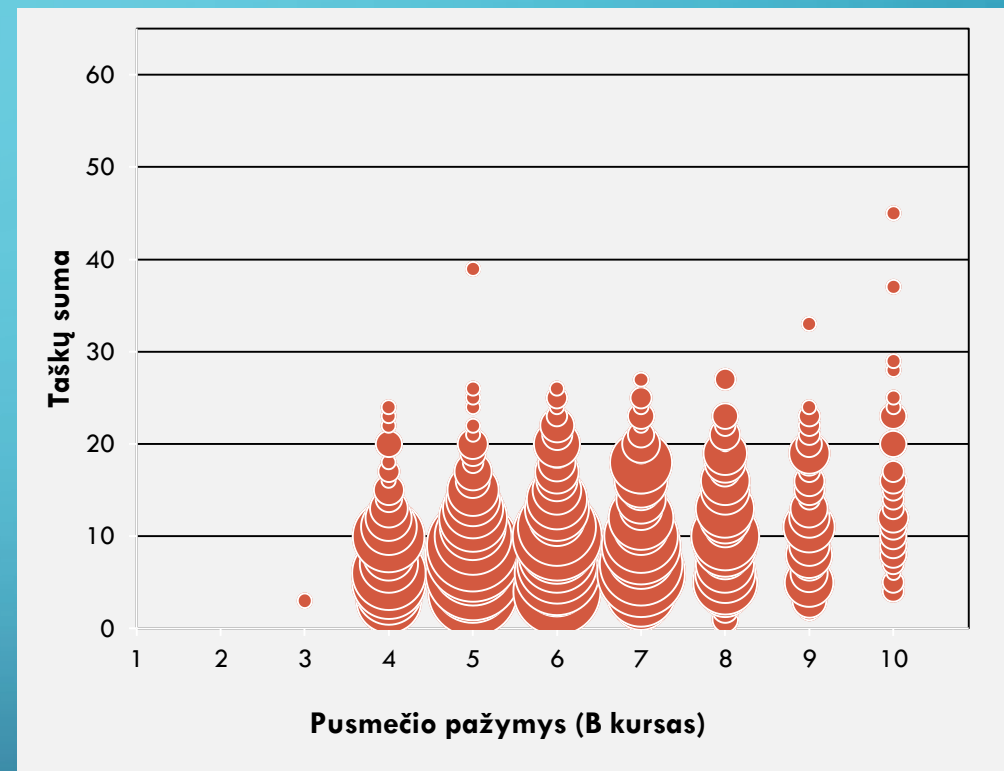
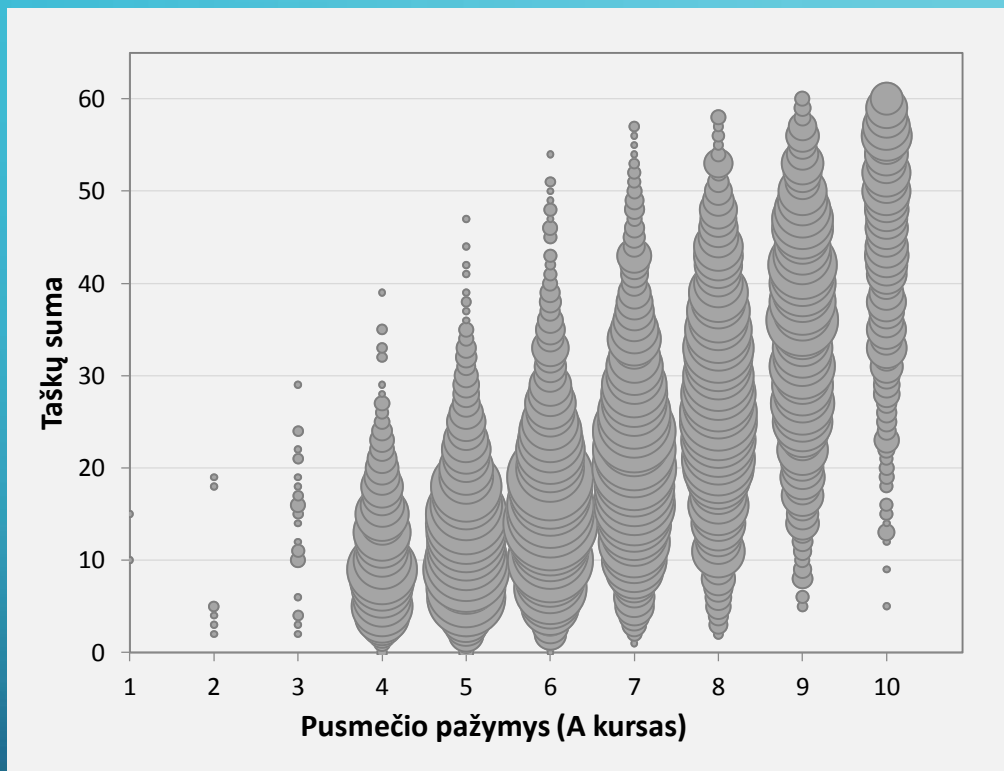


MATEMATIKOS VBE REZULTATAI



MATEMATIKOS VBE REZULTATAI

Metai	2021		2020	2019	2018	2017	2016	2015
Laikė	15149		15241	16487	17043	17247	17619	14414
Neišlaikė	2306	15.2%	32.4%	17.9%	12.8%	5.6%	10.7%	9.3%
Išlaikė	12843	84.8%	67.6%	82.1%	87.2%	94.4%	89.3%	90.7%
Neišlaikė (0)	2306	15.2%	32.4%	17.9%	12.8%	5.6%	10.7%	9.3%
Patenkinamas (16-35)	6977	46.1%	39.3%	45.0%	50.6%	38.0%	46.3%	41.6%
Pagrindinis (36-85)	4786	31.6%	23.3%	29.3%	30.2%	41.0%	34.3%	38.3%
Aukštesnysis (86-99)	827	5.5%	4.1%	6.3%	6.0%	10.6%	6.5%	8.7%
Aukštesnysis (100)	253	1.7%	1.0%	1.5%	1.2%	4.8%	2.2%	2.2%
Išlaikymo riba	9		9	9	8	10	9	10
Taškų vidurkis	21,9		17.6	21.7	20.0	20.0	24.2	26.5
Maks. surinkta procentinių taškų	60		60	60	59	59	60	60

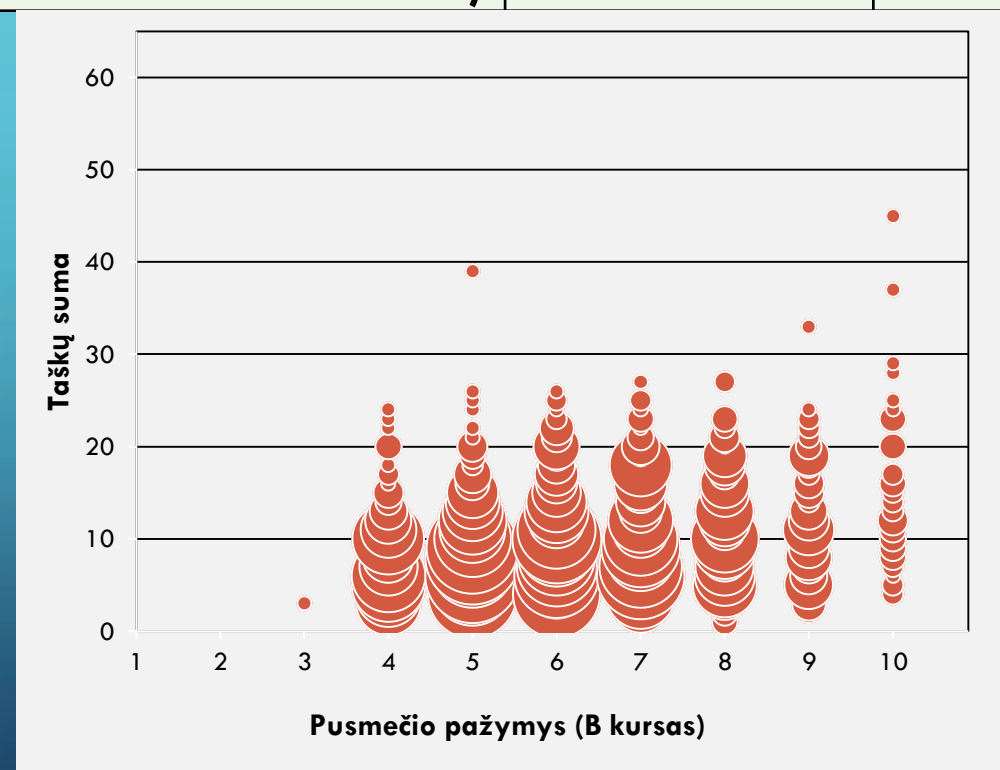
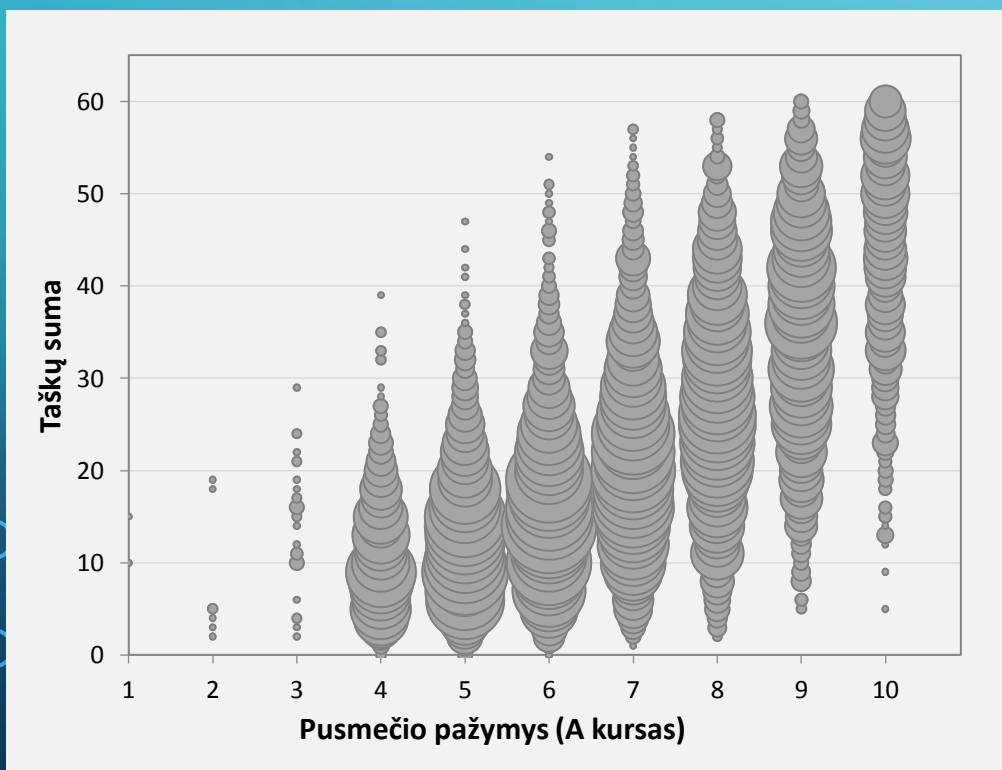


NEIŠLAIKĘ KANDIDATAI

	Neišlaikę (0-8 taškai)		
	Mokinių sk.	Proc. eilutės	Proc. stulpelio
A (Išplėstinis kursas)	1396	10,8	60,5
B (Bendrasis kursas)	746	48,2	32,4
Nenurodė arba eksternai ir buvę mokiniai	164	24,3	7,1

NEIŠLAIKĘ KANDIDATAI

	Neišlaikę (0-8 taškai)	
	Mokinių sk.	Proc. eilutės
A (Išplėstinis kursas)	1396	10,8
B (Bendrasis kursas)	746	48,2





I DALIS

B→01. Nustatykite reiškinių¹ $x - 2 + \frac{1}{1-x}$ apibrėžimo sritį².

A $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

B $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

C $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

D $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

A	B	C*	D
5,6	15,4	68,6	10,2

A lygis	B lygis
73,1	38,3

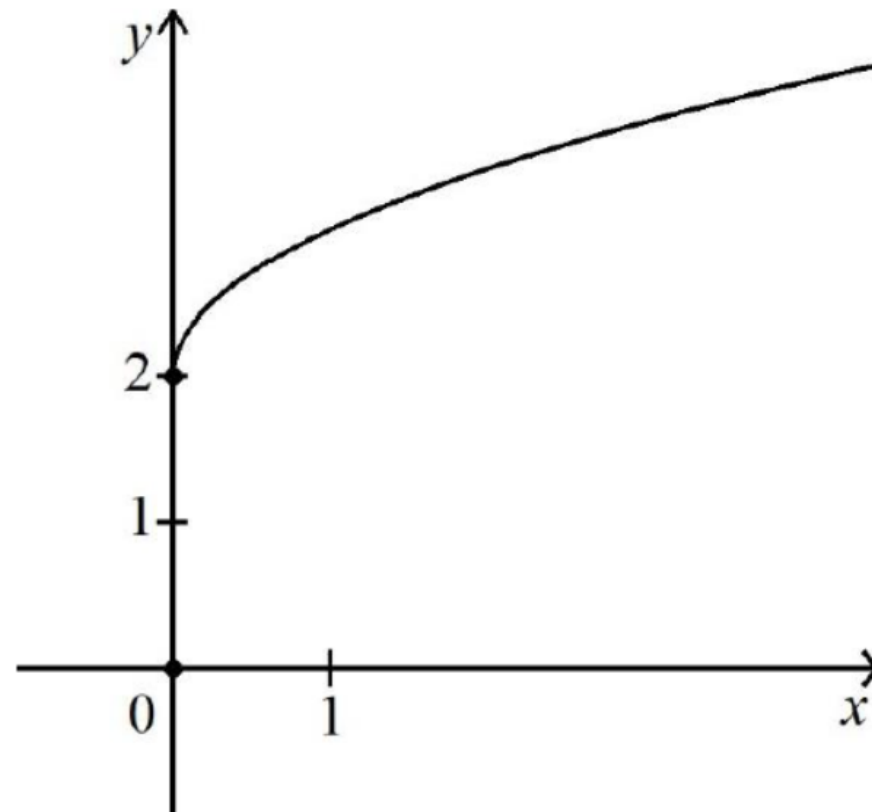
B→02. Kurios funkcijos grafikas pavaizduotas paveiksle?

A $f(x) = \sqrt{x+2}$

B $f(x) = \sqrt{x} - 2$

C $f(x) = \sqrt{x-2}$

D $f(x) = \sqrt{x} + 2$



A	B	C	D*
20,6	2,1	3,4	73,7

A lygis	B lygis
77,7	45,7

B→03. Kai $\alpha \in [90^\circ; 180^\circ)$, tai $\sin \alpha$ reikšmės³ priklauso intervalui:

A $(-1; 0]$

B $[-1; 0)$

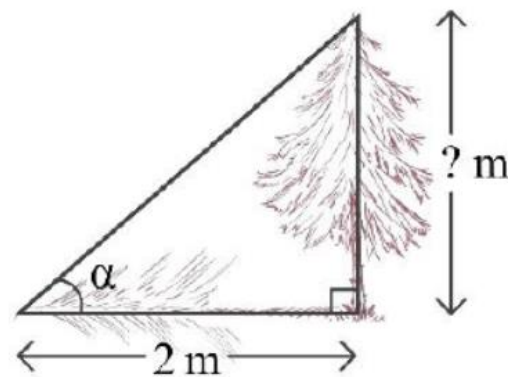
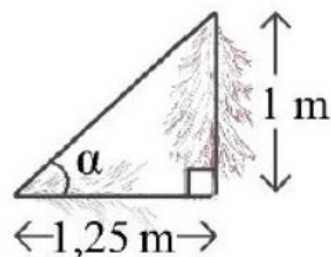
C $(0; 1]$

D $[0; 1)$

A	B	C*	D
3,6	14,5	65,3	16,5

A lygis	B lygis
67,9	47,4

B→04. Vieno parke augančio 1 m aukščio medžio šešėlio ilgis lygus 1,25 m, o kito netoliese augančio medžio šešėlio ilgis lygus 2 m (žr. pav.). Apskaičiuokite šio medžio aukštį.



A 1,6 m

B 1,75 m

C 1,85 m

D 2,5 m

A*	B	C	D
72,3	18,0	2,6	7,0

A lygis	B lygis
77,3	37,3

B→05. Su kuriomis x reikšmėmis funkcija $f(x) = 2^x - 0,5$ įgyja neigiamas reikšmes?

A $x \in (-\infty; -1)$

B $x \in (-\infty; 0)$

C $x \in (-1; +\infty)$

D $x \in (-\infty; +\infty)$

A*	B	C	D
76,6	12,1	7,3	3,9

A lygis	B lygis
80,0	51,1

B→06. $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} =$

A $a^{\frac{1}{6}}$

B $a^{\frac{1}{5}}$

C $a^{\frac{1}{3}}$

D $a^{\frac{5}{6}}$

A	B	C	D*
15,2	8,4	15,1	61,2

A lygis	B lygis
66,9	19,2

07. Tiesē m eina per taškā $(-2; 3)$ ir yra lygiagreti su tiesē⁴ $y = -2x + 1$. Tiesēs m lygtis yra:

A $y = 0,5x + 4$

B $y = -2x - 1$

C $y = -0,5x + 2$

D $y = -2x + 3$

A	B*	C	D
8,6	55,3	11,7	24,2

A lygis	B lygis
57,6	39,3

08. Mokyklos muzikos būrelį lanko 10 mokinių: 6 iš jų dainuoja, o 4 – groja. Renginyje vienu metu turi koncertuoti 5 šio būrelio nariai: 3 dainuojantys ir 2 grojantys mokiniai. Keliais skirtingais būdais galima išrinkti penkis renginio dalyvius?

A 1440

B 132

C 120

D 26

A	B	C*	D
16,2	21,7	43,1	18,7

A lygis	B lygis
44,5	34,8

09. Nustatykite **visas** galimas k reikšmes, su kuriomis kampas tarp vektorių $\vec{a} = (2k; 3)$ ir $\vec{b} = (-1; 2)$ yra smailusis⁵.

A $k \in (0; +\infty)$

B $k \in (-\infty; 3)$

C $k \in (3; +\infty)$

D $k \in (-\infty; 0)$

A	B*	C	D
14,2	43,4	27,5	14,2

A lygis	B lygis
44,6	35,9

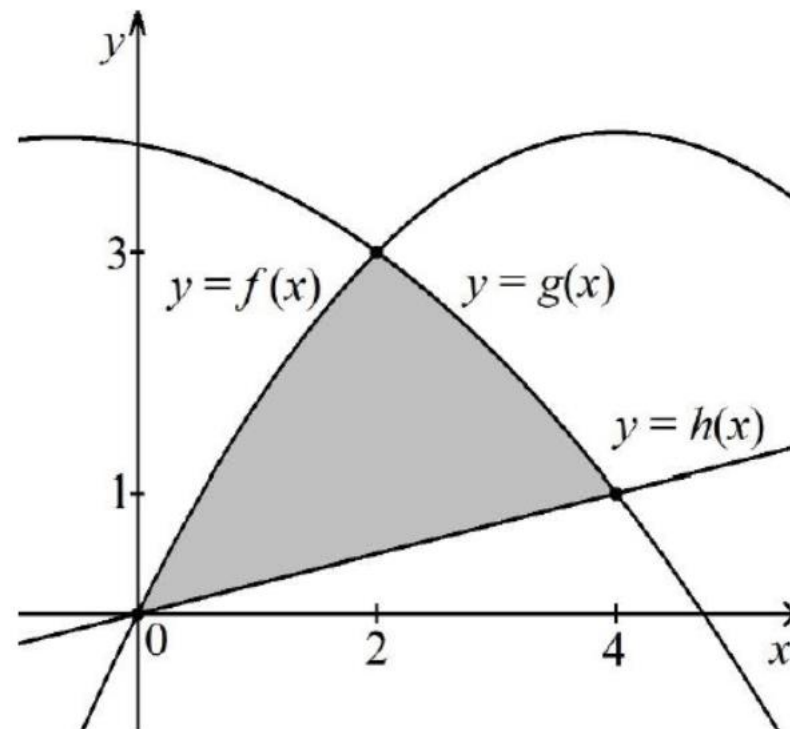
10. Paveiksle pavaizduotų funkcijų $y = f(x)$ ir $y = g(x)$ grafikai susikerta⁶ taške $(2; 3)$. Funkcijos $y = h(x)$ grafikas yra tiesė, kuri kerta funkcijos $y = f(x)$ grafiką taške $(0; 0)$, o funkcijos $y = g(x)$ grafiką – taške $(4; 1)$. Funkcijų $y = f(x)$, $y = g(x)$ grafikų ir tiesės $y = h(x)$ ribojama figūra nuspalvinta pilkai (žr. pav.). Šios figūros plotui apskaičiuoti tinka keli reiškiniai. Kuris iš pateiktų reiškinių tam yra **netinkamas**?

A $\int_0^2 (f(x) - h(x)) dx + \int_2^4 (g(x) - h(x)) dx$

B $\int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 g(x) dx - \int_0^4 h(x) dx$

C $\int_0^4 (f(x) - h(x) + g(x) - h(x)) dx$

D $\int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 g(x) dx - 2$



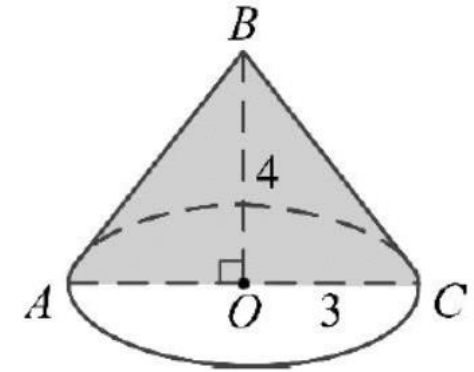
A	B	C*	D	A lygis	B lygis
14,2	43,4	27,5	14,2	37,3	29,8



II DALIS

B→11. Paveiksle pavaizduotas kūgis⁷, kurio aukštinė $OB = 4$, o kūgio pagrindo spindulys $OC = 3$.

11.1. Apskaičiuokite šio kūgio ašinio pjūvio⁸ ABC plotą⁹.



11.1.

11.1.

11.1.

11.2.

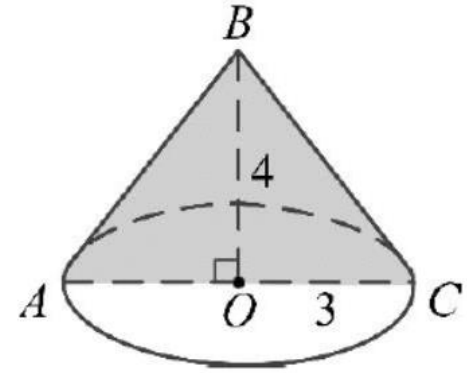
11.1.

Sunkumas	
62,4	

A lygis	B lygis
66,8	32,6

B→11. Paveiksle pavaizduotas kūgis⁷, kurio aukštinė $OB = 4$, o kūgio pagrindo spindulys $OC = 3$.

11.2. Apskaičiuokite šio kūgio šoninio paviršiaus¹⁰ plotą.



11.2.

40M

11.1.

49 cm²

11.2.

16 cm²

11.2.

$S = 30\pi$

11.2.

$S_{\text{šon. pav.}} = \pi \cdot R \cdot l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$

Sunkumas

64,3

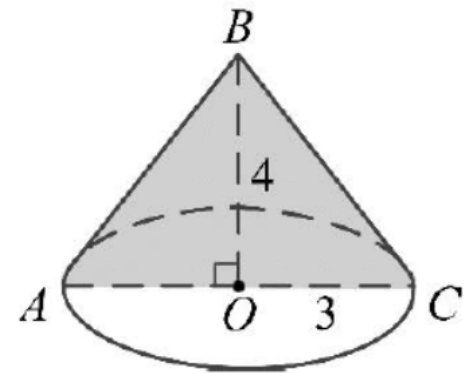
A lygis

B lygis

69,8

26,8

B→11. Paveiksle pavaizduotas kūgis⁷, kurio aukštinė $OB = 4$, o kūgio pagrindo spindulys $OC = 3$.



11.3. Apskaičiuokite, kiek kartų padidėtų šio kūgio tūris, jeigu jo aukštinę padidintume 2 kartus, o spindulį padidintume 3 kartus.

11.3.

$$216\pi$$

Sunkumas

58,9

A lygis

B lygis

63,5

26,1

B→12. Vienas siurblys baseiną pripildo vandeniu per 9 val., o antras siurblys tą patį baseiną pripildo vandeniu per 18 val. Per kiek valandų baseiną pripildys vandeniu abu siurbliai, veikdami kartu?

12.

$\frac{1}{6} h$

12.

4h 30min

12.

2 val.

12.

5 val.

12.

2

12.

7 val

12.

13,5 valandos

12.

6 h 45 min.

Sunkumas

48,7

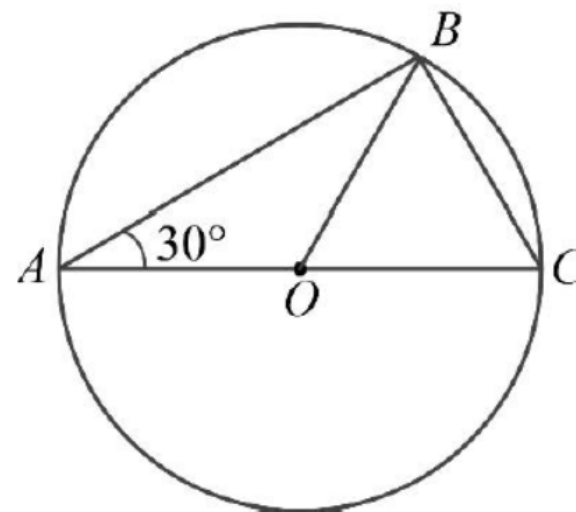
A lygis

B lygis

52,7

21,6

13. Paveiksle pavaizduotas apskritimas, kurio centras yra taškas O , o skersmuo – AC . Taškas B priklauso šiam apskritimui, o $\angle BAC = 30^\circ$.



B→13.1. Apskaičiuokite $\angle BOC$ didumą.

13.1.

13.1.

13.1.

13.1.

13.1.

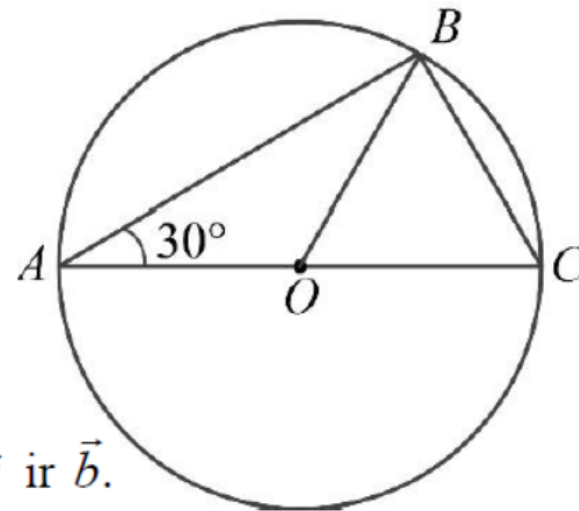
13.1.

13.1.

13.1.

Sunkumas	
74,1	
A lygis	B lygis
77,5	47,9

13. Paveiksle pavaizduotas apskritimas, kurio centras yra taškas O , o skersmuo – AC . Taškas B priklauso šiam apskritimui, o $\angle BAC = 30^\circ$.



- 13.2. Pažymėję $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, išreikškite vektorių \overrightarrow{BC} vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

13.2.

$$\vec{a} = \vec{b} = \vec{c}$$

13.2.

$$-\vec{b} - \vec{a}$$

Sunkumas

27,1

A lygis

B lygis

31,0

0,6

14. Turime keletą standartinių šešiasienių žaidimo kauliukų.



B → 14.1. Metami du kauliukai. Apskaičiuokite tikimybę¹¹, kad abiejų kauliukų atvirtusių akučių skaičių suma bus lygi 12.

14.1. $P = \frac{1}{36}$ ~~$P = \frac{1}{36}$~~ P_{36}^1

14.2. ~~$P = \frac{1}{12 \cdot 36}$~~ P_{16}^{15}

14.1. $P(\text{akučių suma} = 12) = \frac{1}{36}$

14.1. $\frac{1}{36} = \frac{1}{3}$

Sunkumas	
57,0	
A lygis	B lygis
61,1	29,9

14. Turime keletą standartinių šešiasienių žaidimo kauliukų.



14.2. Metami keturi kauliukai. Apskaičiuokite tikimybę, kad atvirtusių akučių skaičių sandauga¹² bus lyginis skaičius¹³.

14.1.

72 tikimybės

14.2.

24 tikimybės

14.2.

~~72~~ $\frac{3}{4}$

14.2.

$\frac{1}{16}$

Sunkumas	
7,1	
A lygis	B lygis
8,1	0,6

B→15. Duota aibė¹⁴ $A = \{3; 7; 8; 10; 13; 15; 93\}$. Aibė B yra aibės A poaibis¹⁵ ($B \subset A$), kuri sudaro tik aibės A visi pirminiai skaičiai¹⁶. Apskaičiuokite aibės B elementų sumą.

15.

15.

15.

15.

15.

15.

15.

Sunkumas	
45,4	

A lygis	B lygis
50,1	14,9

B→16. Imtį¹⁷ sudaro keturi natūralieji skaičiai¹⁸. Yra žinoma, kad jų moda lygi 15, mediana lygi 14, o vidurkis lygus 13. Raskite šios imties mažiausią skaičių.

16.

8

16.

8

16.

8

Sunkumas

41,9

A lygis

B lygis

45,8

15,5

17. Garso, kurį girdi žmogus, intensyvumo lygį D decibelais (dB) galima apskaičiuoti pagal formulę $D = 120 + 10 \lg I$; čia I – garso stipris (W/m^2). Keliais decibelais padidėtų garso intensyvumo lygis D , jei garso stiprį I padidintume 1000 kartų?

17.

150 dB

17.

150 kartus

17.

150 dB

Sunkumas

28,0

A lygis

31,3

B lygis

5,5

18. Yra žinoma, kad funkcija $f(x)$ nelyginė¹⁹, $g(x) = f(x) + 2$ ir $g(1) = \sqrt{3}$.
Apskaičiuokite $g(-1)$.

18.

$$\sqrt{-3}$$

18.

$$61 - \sqrt{5}$$

Sunkumas

14,5

A lygis

B lygis

16,6

0,5



III DALIS

19. Rokas iš banko paėmė paskolą šeimos kelionei. Gražinti paskolą jis turi, mokėdamas įmokas kas mėnesį, pagal tokią schemą: pirmojo mėnesio pabaigoje jis turi sumokėti 120 Eur, o po to kiekvieno kito mėnesio pabaigoje turi sumokėti 5 % daugiau negu prieš tai buvusį mėnesį.

B→19.1. Kiek eurų Rokas turi sumokėti bankui antrojo mėnesio pabaigoje?

(1 taškas)

19.1. Sprendimas

$$120 \left(1 + \frac{5\%}{100}\right) = 120,06 \text{ Eur}$$

Ats.: 120,06 Eur

19.1. Sprendimas

$$120 - 5\% = 126 \text{ eur.}$$

Ats.: 126 eur.

Sunkumas

88,7

A lygis

B lygis

90,2

77,1

19. Rokas iš banko paėmė paskolą šeimos kelionei. Gražinti paskolą jis turi, mokėdamas įmokas kas mėnesį, pagal tokią schemą: pirmojo mėnesio pabaigoje jis turi sumokėti 120 Eur, o po to kiekvieno kito mėnesio pabaigoje turi sumokėti 5 % daugiau negu prieš tai buvusį mėnesį.

B→19.1. Kiek eurų Rokas turi sumokėti bankui antrojo mėnesio pabaigoje?

(1 taškas)

B→19.2. Kiek iš viso eurų Rokas bus sumokėjęs bankui po trijų mėnesių?

(2 taškai)

Sunkumas	
76,4	
A lygis	B lygis
79,5	54,1

19. Rokas iš banko paėmė paskolą šeimos kelionei. Gražinti paskolą jis turi, mokėdamas įmokas kas mėnesį, pagal tokią schemą: pirmojo mėnesio pabaigoje jis turi sumokėti 120 Eur, o po to kiekvieno kito mėnesio pabaigoje turi sumokėti 5 % daugiau negu prieš tai buvusį mėnesį.

B→19.1. Kiek eurų Rokas turi sumokėti bankui antrojo mėnesio pabaigoje?

(1 taškas)

B→19.2. Kiek iš viso eurų Rokas bus sumokėjęs bankui po trijų mėnesių?

(2 taškai)

19.3. Užrašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti, kiek iš viso eurų Rokas bus sumokėjęs bankui po n mėnesių. Atsakymą pateikite reiškiniu $K(a^n - 1)$, kai K yra natūralusis skaičius, o a – realusis teigiamasis skaičius²⁰.

(1 taškas)

19.3. Sprendimas

(1)

$$S_n = 120 \left(1 + \frac{5\%}{100}\right)^n$$

Ats.: $S_n = 120 \left(1 + \frac{5\%}{100}\right)^n$

Sunkumas

4,1

A lygis

B lygis

4,7

0,2

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

B→20.1. Raskite funkcijos išvestinę $f'(x)$.

(1 taškas)

20.1.

Sprendimas $f'(x) = (4x^3)' - (9x^2)' + (6x)'$
 $f'(x) = 8x^2 - 9x + 6$

(1)

Ats.: $8x^2 - 9x + 6$

20.1.

Sprendimas $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x = -5x^6 + 6x = 1x^6$

(1)

Ats.: $f(x) = 1x^6$

Sunkumas

70,5

A lygis

75,7

B lygis

33,9

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

B→20.1. Raskite funkcijos išvestinę $f'(x)$.

(1 taškas)

B→20.2. Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $y = f(x)$ reikšmės didėja.

(2 taškai)

20.2.

Sprendimas

$$f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$$

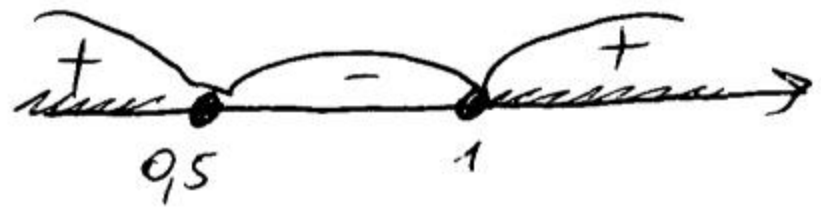
$$f'(x) = 12x^2 - 18x + 6$$

$$12x^2 - 18x + 6 > 0$$

$$D = 36$$

$$x_1 = 0,5$$

$$x_2 = 1$$



$$(-\infty; 0,5] \cup [1; +\infty)$$

Ats.: $(-\infty; 0,5] \cup [1; +\infty)$

20.2.

Sprendimas

$$12x^2 - 18x + 6 > 0$$

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 6 = 36 \quad \sqrt{D} = \sqrt{36} = 6$$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{2 \cdot 12} = \begin{cases} 1 \\ 0,5 \end{cases}$$

$$x > 1; \quad x > 0,5$$



Ats.: $x \in (1; +\infty)$

mas

lygis

10,2

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

B→20.1. Raskite funkcijos išvestinę $f'(x)$.

(1 taškas)

B→20.2. Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $y = f(x)$ reikšmės didėja.

(2 taškai)

20.2.

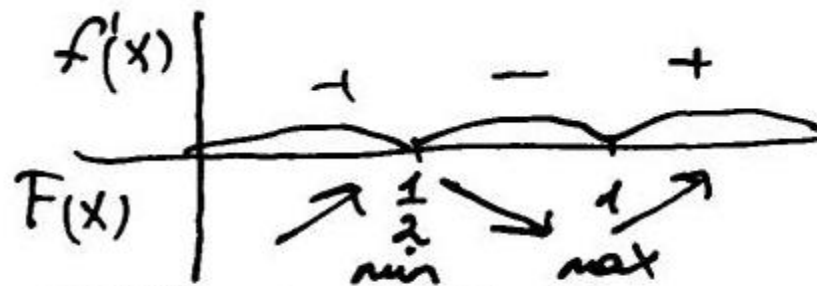
Sprendimas

$$12x^2 - 18x + 6$$

$$D = b^2 - 4ac = (-18)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 12 = \sqrt{36} = 6$$

$$x_1 = \frac{18 - 6}{2 \cdot 12} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{18 + 6}{24} = \frac{24}{24} = 1$$



Ats.: $x = 1$

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

B→20.1. Raskite funkcijos išvestinę $f'(x)$.

(1 taškas)

B→20.2. Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $y = f(x)$ reikšmės didėja.

(2 taškai)

20.3. Įrodykite, kad funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės krypties koeficientas²¹ negali būti lygus -1 .

(2 taškai)

Sunkumas

10,7

A lygis

B lygis

12,3

0,3

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

20.4. Raskite, su kuria a reikšme lygybė $\int_{-1}^a f(x) dx = -3a^3 - 7$ yra teisinga.

(3 taškai)

20.4. Sprendimas (3)

$$\int_{-1}^a f(x) dx = \frac{4x^4}{4} + \frac{3x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \Big|_{-1}^a$$
$$a^4 - 3a^3 + 3a^2 - ((-1)^4 - 3(-1)^3 + 3(-1)^2) = -3a^3 - 7$$
$$a^4 - 3a^3 + 3a^2 - 1 - 3 - 7 = -3a^3 - 7$$
$$a^4 + 3a^2 = 0$$
$$a^2(a^2 + 3) = 0$$
$$a^2 = 0 \quad a^2 + 3 \neq 0$$
$$a = 0 \quad a^2 \neq -3$$

\emptyset

Ats.: $a = 0$

Sunkumas

22,0

A lygis

B lygis

25,3

0,2

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

20.4. Raskite, su kuria a reikšme lygybė $\int_{-1}^a f(x) dx = -3a^3 - 7$ yra teisinga.

(3 taškai)

20.4.

Sprendimas

$$\int_{-1}^a (4x^3 - 9x^2 + 6x) dx = x^4 - 3x^3 + 3x^2 \Big|_{-1}^a = a^4 - 3a^3 + 3a^2 - 7$$

$$a^4 - 3a^3 + 3a^2 - 7 = -3a^3 - 7$$

$$a^4 = -3a^3 \quad | : a^2$$

$$a^2 = -3$$

20.4.

Sprendimas

$$\int_{-1}^a (4x^3 - 9x^2 + 6x) dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 9 \cdot \frac{x^3}{3} + 6 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^a = x^4 - 3x^3 + 3x^2 \Big|_{-1}^a = \quad (3)$$

$$= a^4 - 3a^3 + 3a^2 - ((-1)^4 - 3 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2) = a^4 - 3a^3 + 3a^2 - (1 + 3 + 3) =$$

$$= a^4 - 3a^3 + 3a^2 - 7$$

$$a^4 - 3a^3 + 3a^2 - 7 = -3a^3 - 7$$

$$a^4 + 3a^2 = 0$$

$$a^2(a^2 + 3) = 0$$

$$a^2 = 0 \text{ arba } a^2 + 3 = 0$$

$$a = 0 \quad a^2 \neq -3$$

Ats.: 0

Nėra tokių a reikšmių

21. Išspręskite lygtis:

B → 21.1. $\log_2(9 - x^2) = 3$;

(2 taškai)

21.1.

Sprendimas

(2)

$$\log_2(9 - x^2) = \log_2 8 \quad (3 - x)(3 + x) = 8$$

$$\begin{aligned} 3 + x &= 8 & x &= 5 \\ 3 - x &= 8 & x &= -5 \end{aligned}$$

$$\log_2(9 - x^2) = 8$$

Ats.: $x = 5$

21.1.

Sprendimas

(2)

$$\log_2(9 - x^2) = 3$$

$$-x^2 = 8 - 9 \quad | : -1$$

$$x^2 = 1$$

$$9 - x^2 = 2^3$$

$$x = 1$$

Ats.: $x = 1$

21.1.

Sprendimas

(2)

$$\log_2(9 - x^2) = 3$$

$$\log_2(9 - x) = \log_2 2^3$$

$$\begin{aligned} 9 - x^2 &= 8 & x^2 &= 9 - 8 \\ & & x^2 &= 1 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{1}$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -1 \text{ (reiktina)}$$

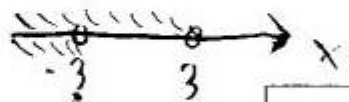
$$x_2 = -1 \text{ (reiktina)}$$

Ap. reikš. $9 - x^2 > 0$

$$x^2 < 9$$

$$x_1 < 3$$

$$x_2 < -3$$



Ats.: $x = 1$

nas

lygis

12,5

21. Išspręskite lygtis:

B→21.1. $\log_2(9 - x^2) = 3$;

(2 taškai)

21.1. Sprendimas

(2)

$$\log_2(9 - x^2) = 3$$

$$2^3 = 9 - x^2$$

$$8 = 9 - x^2 \quad | +x^2$$

$$x^2 + 8 = 9 \quad | -8$$

$$x^2 = 1 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = 1$$

Ats.: $x = 1$

21. Išspręskite lygtis:

B→21.2. $2 \sin x = 1$, kai $x \in (90^\circ; 180^\circ)$;

(2 taškai)

21.2. Sprendimas $2 \sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$
 $x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{2} + 2k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{\pi}{6} + 2k, k \in \mathbb{Z}$

Ats.: $x = \frac{\pi}{6} + 2k, k \in \mathbb{Z}$

Sunkumas

22,2

A lygis

B lygis

25,1

3,1

21. Išspręskite lygtis:

21.3. $\sqrt{2-x} = \sqrt{x} - 2$.

(3 taškai)

21.3. Sprendimas (3)

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x} - 2$$

$$-\sqrt{x} - \sqrt{x} = -2 - 2\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{x} = -2 - 2\sqrt{2} \quad | :(-2)$$

$$\sqrt{x} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{\sqrt{2}^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\sqrt{x} = \frac{2 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\sqrt{x} = \frac{2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{x} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{x} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \left(\frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

Ats.: $\sqrt{2\sqrt{2}}$

21.3. Sprendimas (3)

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x} - 2$$

$$\sqrt{2-x}^2 = \sqrt{x}^2 - 2^2 \quad x = 3$$

$$2-x = x-4$$

$$-2x = -6 \quad | : -2$$

Ats.: $x = 3$

21.3. Sprendimas $\sqrt{2-x} = \sqrt{x} - 2$ (3)

$$2-x \geq 0 \quad x \geq 0$$

$$-x \geq -2$$

$$x \leq 2$$

$$(\sqrt{2-x})^2 = (\sqrt{x} - 2)^2$$

$$2-x = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)$$

$$2-x = x + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 4$$

$$2-x = x-4$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

Ats.: \emptyset

Sunkumas	
20,1	
A lygis	B lygis
23,0	0,9

21. Išspręskite lygtis:

21.3. $\sqrt{2-x} = \sqrt{x} - 2$.

(3 taškai)

21.3. Sprendimas (3)

$\sqrt{2-x} = \sqrt{x} - 2 \quad | \uparrow^2$
 $2-x = x - 4\sqrt{x} + 4$
 $-2-2x = -4\sqrt{x} \quad | \cdot (-2)$
 $1+x = 2\sqrt{x} \quad | \uparrow^2$
 $1+2x+x^2-4x=0$

$x^2-2x+1=0$
 $D=(-2)^2-4 \cdot 1=0$
 $x = \frac{2}{2} = 1$

$\sqrt{2-1} = \sqrt{1} - 2$
 $1 \neq -1 \Rightarrow$ nėra sprendimų

Ats.: ~~1~~ $x \in \emptyset$

22. Dėžėje yra vienodo dydžio mėlynų, žalių ir raudonų kamuoliukų. Yra žinoma, kad tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti mėlyną kamuoliuką lygi $\frac{1}{5}$, o tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti žalią kamuoliuką lygi tikimybei iš dėžės atsitiktinai ištraukti raudoną kamuoliuką.

B→22.1. Iš dėžės atsitiktinai traukiamas vienas kamuoliukas. Apskaičiuokite tikimybę, kad jis bus raudonas.

(1 taškas)

22.1. Sprendimas

(1)

$$5 - \frac{1}{5} = \frac{24}{5} \quad \frac{24}{5} : 2 = \frac{12}{5}$$

Ats.: $\frac{12}{5}$

Sunkumas

77,6

A lygis

80,8

B lygis

55,9

22. Dėžėje yra vienodo dydžio mėlynų, žalių ir raudonų kamuoliukų. Yra žinoma, kad tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti mėlyną kamuoliuką lygi $\frac{1}{5}$, o tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti žalią kamuoliuką lygi tikimybei iš dėžės atsitiktinai ištraukti raudoną kamuoliuką.

22.2. Iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas, įsimenama jo spalva ir jis grąžinamas atgal į dėžę. Tada dar kartą iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas ir vėl įsimenama jo spalva. Apskaičiuokite tikimybę, kad:

22.2.1. abu kartus bus ištraukti mėlynos spalvos kamuoliukai;

(1 taškas)

22.2.1. Sprendimas (1)

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$$

Ats.: $\frac{2}{25}$

22.2.2. Sprendimas (2)

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

Ats.: $\frac{1}{5}$

Sunkumas

50,4

A lygis

B lygis

55,9

11,5

22. Dėžėje yra vienodo dydžio mėlynų, žalių ir raudonų kamuoliukų. Yra žinoma, kad tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti mėlyną kamuoliuką lygi $\frac{1}{5}$, o tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti žalią kamuoliuką lygi tikimybei iš dėžės atsitiktinai ištraukti raudoną kamuoliuką.

22.2. Iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas, įsimenama jo spalva ir jis gražinamas atgal į dėžę. Tada dar kartą iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas ir vėl įsimenama jo spalva. Apskaičiuokite tikimybę, kad:

22.2.1. abu kartus bus ištraukti mėlynos spalvos kamuoliukai;

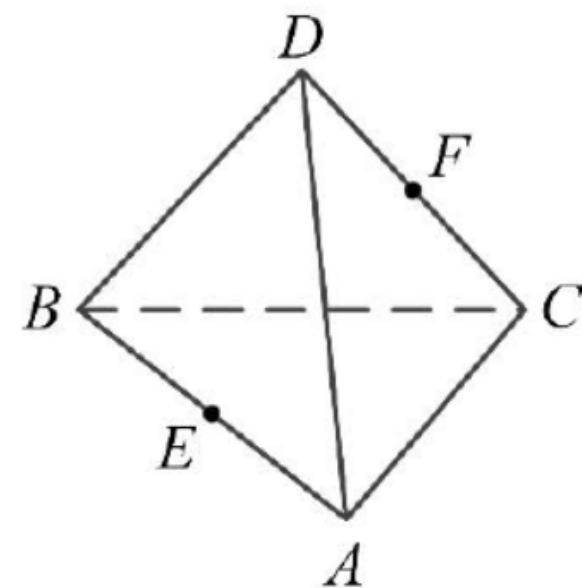
(1 taškas)

22.2.2. abu kartus bus ištraukti skirtingų spalvų kamuoliukai.

(2 taškai)

Sunkumas	
28,5	
A lygis	B lygis
32,2	3,1

23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgiai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.



B→23.1. Apskaičiuokite tetraedro viso paviršiaus²⁴ plotą.

(1 taškas)

23.1. Sprendimas (1)

$$S_{por} = 6 \cdot 6 = 36$$

Ats.: 36

23.1. Sprendimas (1)

$$\frac{6 \cdot 6}{2} + \frac{6 \cdot 6}{2} + \left(\frac{6 \cdot 6}{2}\right) \cdot 4 = 108$$

Ats.: 108

23.1. Sprendimas (1)

$$S_{ACD} = 6 \cdot 6 = 36 \quad BC = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$$

$$S_{BAC} = 6 \cdot 3\sqrt{5} = 18\sqrt{5} \quad S = 3 \cdot 36 \cdot 18\sqrt{5} = 126\sqrt{5}$$

Ats.: $126\sqrt{5}$

Sunkumas

33,3

A lygis

B lygis

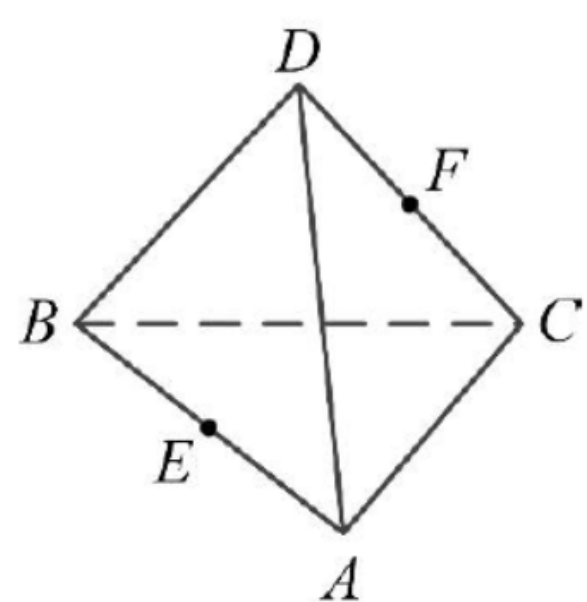
37,9

3,3

23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgiai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.

B→23.1. Apskaičiuokite tetraedro viso paviršiaus²⁴ plotą.

(1 taškas)



23.2. Apskaičiuokite kosinusą kampo, kurį sudaro tetraedro šoninė²⁵ briauna CD su pagrindo plokštuma²⁶ ABC .

(2 taškai)

23.2. Sprendimas

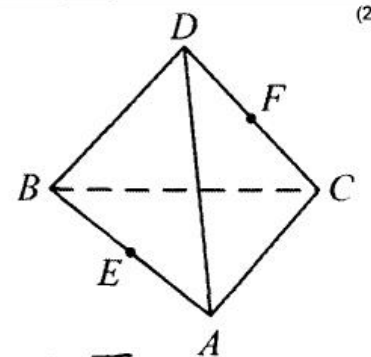
$$DE = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3}$$

$$27 = 27 + 36 - 36\sqrt{3} \cos A$$

$$-36 = -36\sqrt{3} \cos A \quad (: (-36))$$

$$\sqrt{3} \cos A = 1$$

$$\cos A = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Ats.:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Sunkumas

16,9

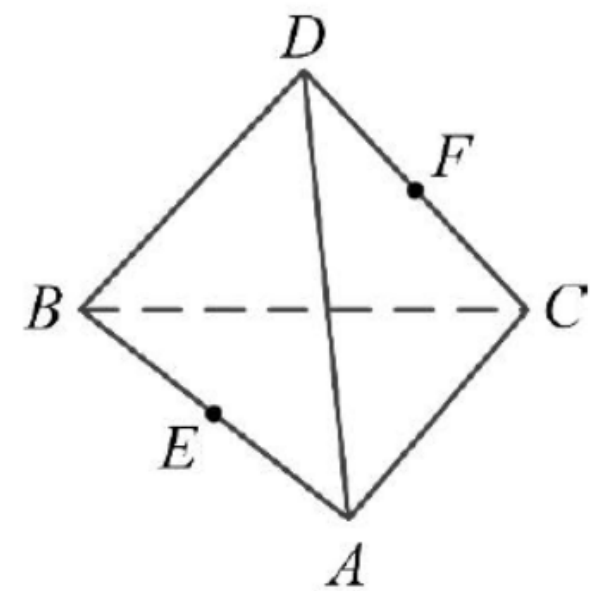
A lygis

19,5

B lygis

0,2

23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgiai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.



23.3. Įrodykite, kad $EF \perp AB$.

(1 taškas)

23.3. Įrodymas $\vec{AB} \cdot \vec{EF} = \vec{AB}(\vec{EB} + \vec{BD} + \vec{DF}) = \vec{AB} \cdot \vec{EB} + \vec{AB} \cdot \vec{BD} + \vec{AB} \cdot \vec{DF} =$ (1)

$$= |\vec{AB}| \cdot |\vec{EB}| \cdot \cos 0^\circ + |\vec{AB}| \cdot |\vec{BD}| \cdot \cos 120^\circ + |\vec{AB}| \cdot |\vec{DF}| \cdot \cos 90^\circ =$$

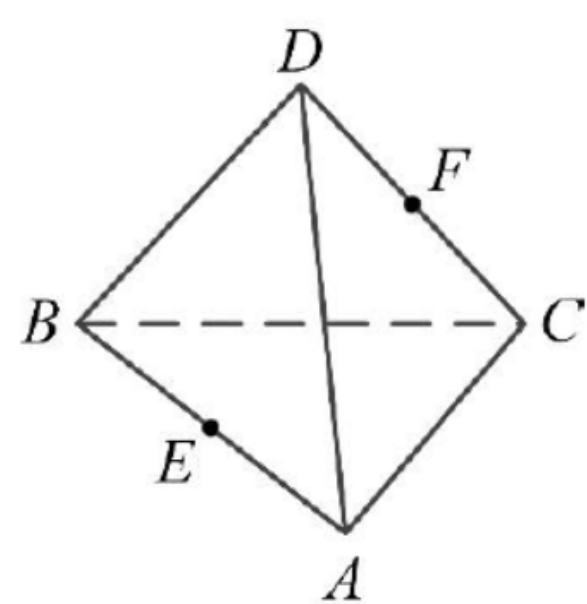
$$= 6 \cdot 3 \cdot 1 + 6 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 \cdot 3 \cdot 0 = 18 - 18 + 0 = 0$$

$\vec{AB} \cdot \vec{EF} = 0 \quad \cos \alpha = 0$

$|\vec{AB}| \cdot |\vec{EF}| \cdot \cos \alpha = 0 \quad \alpha = 90^\circ \quad \text{įrodyta.}$

Sunkumas	
9,1	
A lygis	B lygis
10,5	0,2

23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.



23.3. Įrodykite, kad $EF \perp AB$.

(1 taškas)

23.3. Įrodymas

(1)

$$EF \parallel CA \parallel DB$$

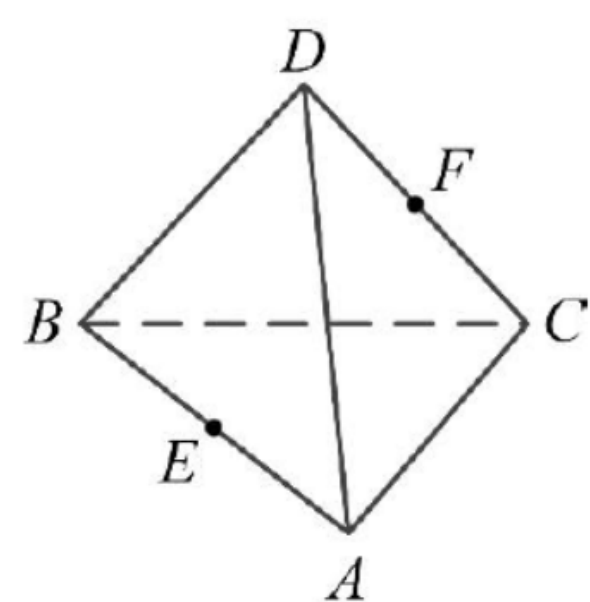
$CA \perp AB$ ir $DB \perp AB$, nes kvadrato $ABCD$ brastinis, todėl ir $EF \perp AB$.

23.3. Įrodymas

(1)

$EF \perp AB$, nes lygiašonio Δ pusiaubraštini sutampa su ~~pusiaubraštini~~ aukštine.

23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgiai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.



23.4. Įrodykite, kad atkarpos EF ilgis lygus atstumui tarp prasilenkiančių tiesių²⁷ AB ir CD . Atkarpos EF ilgio apskaičiuoti nereikia.

(1 taškas)

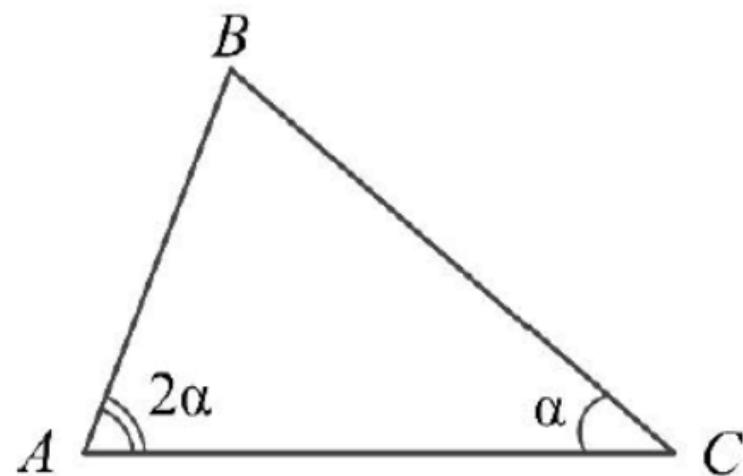
Sunkumas	
7,2	
A lygis	B lygis
8,3	0,4

24. Raskite argumento x reikšmę, su kuria funkcija $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ įgyja didžiausią reikšmę intervale $x \in \left[\frac{1}{e}; e^3 \right]$. Atsakymą pagrįskite.

(3 taškai)

Sunkumas	
12,7	
A lygis	B lygis
14,6	0,2

25. Trikampio ABC kampas ACB lygus α , o kampas BAC lygus 2α ; $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$. Kraštinės BC ilgis yra k kartų didesnis už kraštinės AB ilgį. Įrodykite, kad $\cos \alpha = \frac{k}{2}$, ir nustatykite visas galimas k reikšmes.



(3 taškai)

Sunkumas	
10,3	
A lygis	B lygis
11,9	0,1

26. Skaičiai a , b ir c yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai²⁸ (čia $a \neq b$), o skaičiai b , c ir a yra trys iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. Apskaičiuokite geometrinės progresijos vardiklį²⁹.

(4 taškai)

0	1	2	3	4
74,5	15,3	4,9	1,4	3,9

Sunkumas	
11,3	
A lygis	B lygis
12,9	0,6

26. Skaičiai a , b ir c yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai²⁸ (čia $a \neq b$), o skaičiai b , c ir a yra trys iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. Apskaičiuokite geometrinės progresijos vardiklį²⁹.

(4 taškai)

26. Sprendimas

(4)

$$\begin{array}{ccc} a, & b, & c \\ a, & a+d, & a+2d \end{array} \quad \begin{array}{c} b, c, a \\ b, b, q, b, q^2 \end{array}$$

$$\textcircled{1} a_1 = b, q^2$$

$$\textcircled{2} a_1 + d = b$$

$$\textcircled{3} a_1 + 2d = b, q$$

$$1) a_1 = b, q^2$$

$$2) b, q^2 + d = b$$

$$d = b - b, q^2 = b(1 - q^2)$$

$$3) a_1 + 2(b - b, q^2) = b, q$$

$$a_1 + 2b - 2b, q^2 = b, q$$

$$a_1 + 2b(1 - q^2) = b, q$$

$$b, q^2 + 2b(1 - q^2) = b, q \quad | : b$$

$$q^2 + 2 - 2q^2 = q$$

$$-q^2 - q + 2 = 0$$

$$q^2 + q - 2 = 0$$

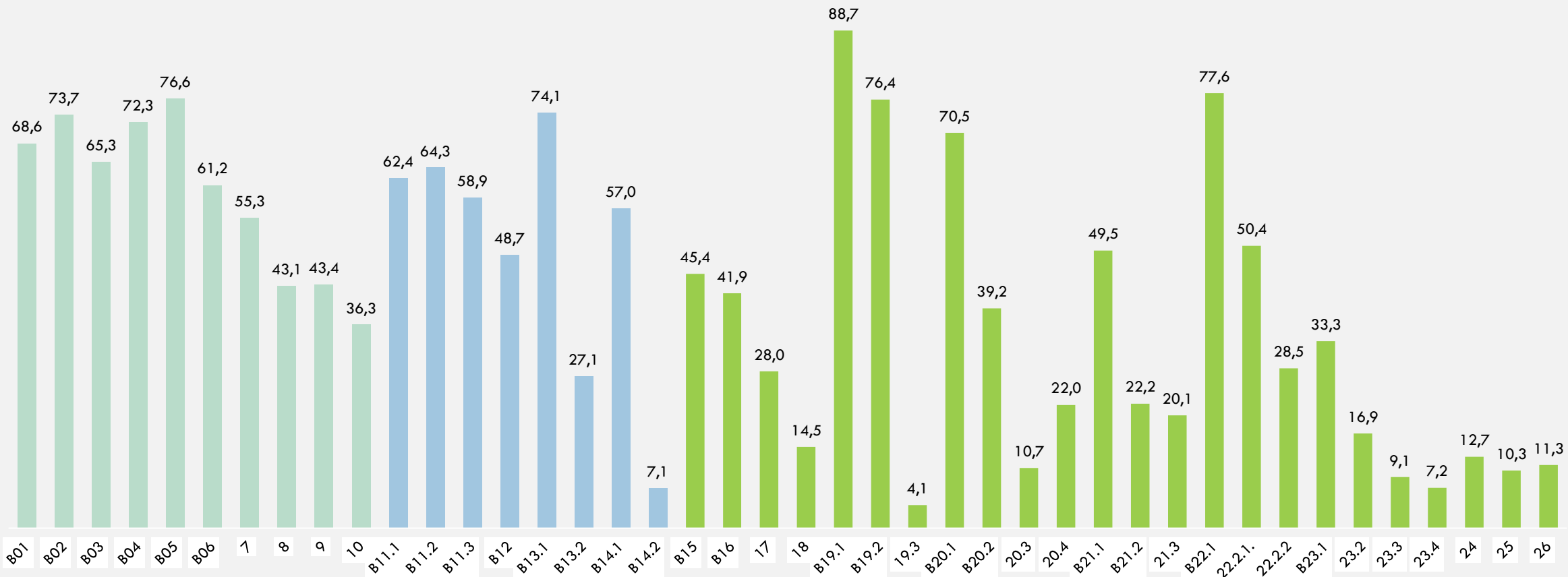
$$D = 9$$

$$q_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} -2 \\ 1 \end{cases} \times$$

$$q = -2$$

Ats.: $q = -2$

UŽDAVINIŲ SUNKUMAI



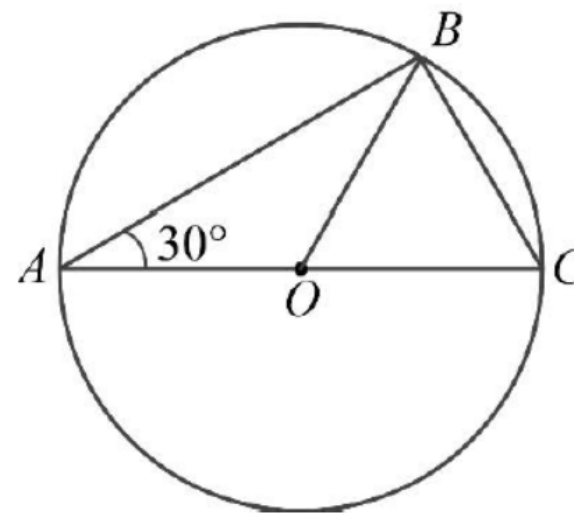
PASTEBĒJIMAI

- Nežiūri j paveikslus

13. Paveiksle pavaizduotas apskritims, kurio centras yra taškas O , o skersmuo – AC . Taškas B priekauso šiam apskritimui, o $\angle BAC = 30^\circ$.

B→13.1. Apskaičiuokite $\angle BOC$ didumą.

13.1. $\angle BOC = 150^\circ$



PASTEBĖJIMAI

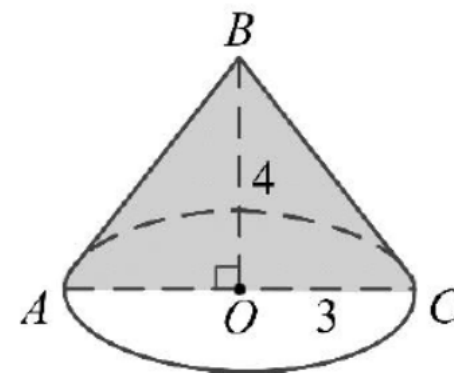
- Nežiūri į paveikslus
- Neatidžiai skaito uždavinio sąlygą

B→15. Duota aibė¹⁴ $A = \{3; 7; 8; 10; 13; 15; 93\}$. Aibė B yra aibės A poaibis¹⁵ ($B \subset A$), kuri sudaro tik aibės A visi pirminiai skaičiai¹⁶. Apskaičiuokite aibės B elementų sumą.

15.

3 elementai

B→11. Paveiksle pavaizduotas kūgis⁷, kurio aukštinė $OB = 4$, o kūgio pagrindo spindulys $OC = 3$.



11.3. Apskaičiuokite, kiek kartų padidėtų šio kūgio tūris, jeigu jo aukštinę padidintume 2 kartus, o spindulį padidintume 3 kartus.

11.3.

216π

PASTEBĒJIMAI

13.1.

60%

14.1.

~~P_{36}^1~~ ~~P_{36}^1~~ P_{36}^1

14.2.

~~P_{1206}~~ P_{16}^{15}

14.1.

72 tībīmybēs

14.2.

24 tībīmybēs

- Neziūri j paveikslus
- Neatidžiai skaito uždavinio sąlygą
- Matematisis raštingumas

PASTEBĖJIMAI

- Nežiūri į paveikslus
- Neatidžiai skaito uždavinio sąlygą
- Matematinis raštingumas
- Rašysena

14.1. $P(\text{akūčių suma} = 12) = \frac{1}{86}$

21.3. Sprendimas (3)

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-2} \quad | \uparrow^2$$
$$2-x = x-4 \quad | +4$$
$$-2-2x = -4 \quad | \cdot (-2)$$
$$1+x = 2 \quad | \uparrow^2$$
$$1+2x+x^2-4x=0$$
$$x^2-2x+1=0$$
$$D=(-2)^2-4 \cdot 1=0$$
$$x = \frac{2}{2} = 1$$
$$\sqrt{2-1} = \sqrt{1-2}$$
$$1 \neq -1 \Rightarrow$$

nėra sprendinių

Ats.: ~~nėra~~ $x \in \emptyset$

PASTEBĖJIMAI

13.1. $\angle BOC = 180^\circ$
 $\angle B = 60^\circ \quad \angle O = 60^\circ \quad \angle C = 60^\circ$

13.2.

$$-b - a$$

18.

$$\sqrt{-3}$$

- Nežiūri į paveikslus
- Neatidžiai skaito uždavinio sąlygą
- Matematinis raštingumas
- Rašysena
- Sąvokų ir žymėjimų nesupratimas

20.2.

Sprendimas

$$f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$$

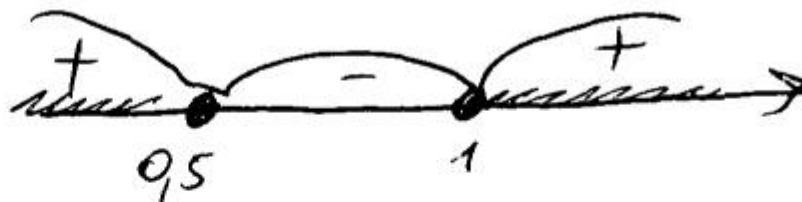
$$f'(x) = 12x^2 - 18x + 6$$

$$12x^2 - 18x + 6 > 0$$

$$D = 36$$

$$x_1 = 0,5$$

$$x_2 = 1$$



$$(-\infty; 0,5] \cup [1; +\infty)$$

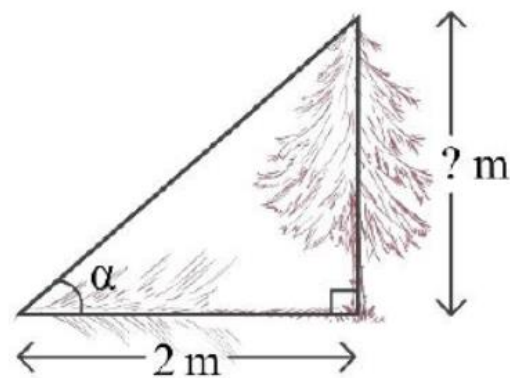
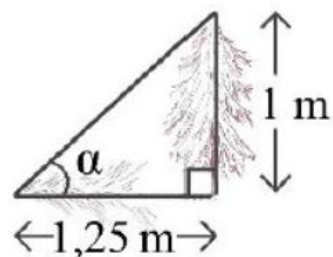
Ats.: $(-\infty; 0,5] \cup [1; +\infty)$

(2)



ALTERNATYVŪS SPRENDIMAI

B→04. Vieno parke augančio 1 m aukščio medžio šešėlio ilgis lygus 1,25 m, o kito netoliese augančio medžio šešėlio ilgis lygus 2 m (žr. pav.). Apskaičiuokite šio medžio aukštį.

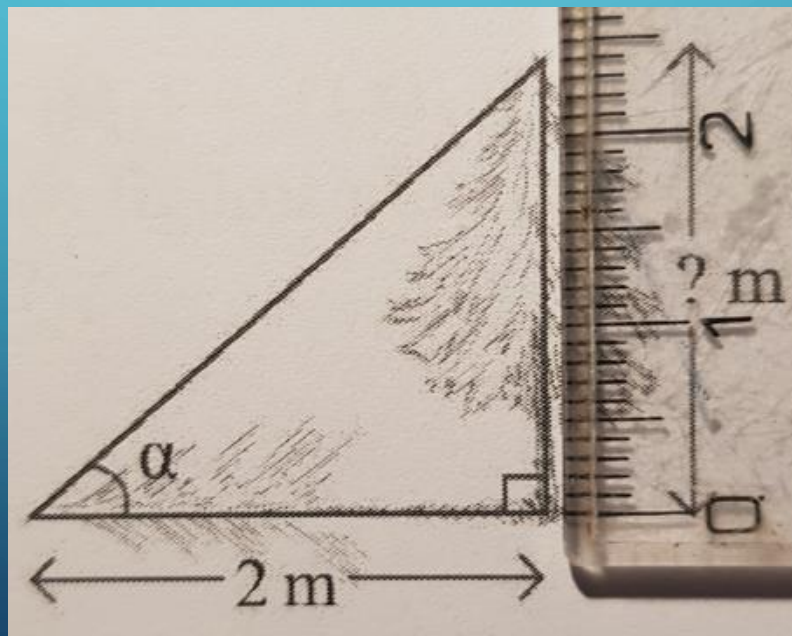
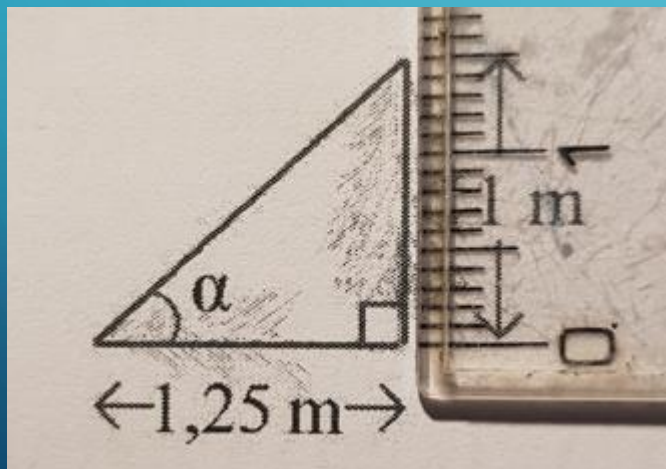


A 1,6 m

B 1,75 m

C 1,85 m

D 2,5 m



1,5 cm atitinka 1 m
 2,4 cm atitinka x m

$$x = \frac{2,4 \cdot 1}{1,5} = 1,6$$

B→06. $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} =$

A $a^{\frac{1}{6}}$

B $a^{\frac{1}{5}}$

C $a^{\frac{1}{3}}$

D $a^{\frac{5}{6}}$

Kai $a = 2$, tai:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \approx 1,781797$$

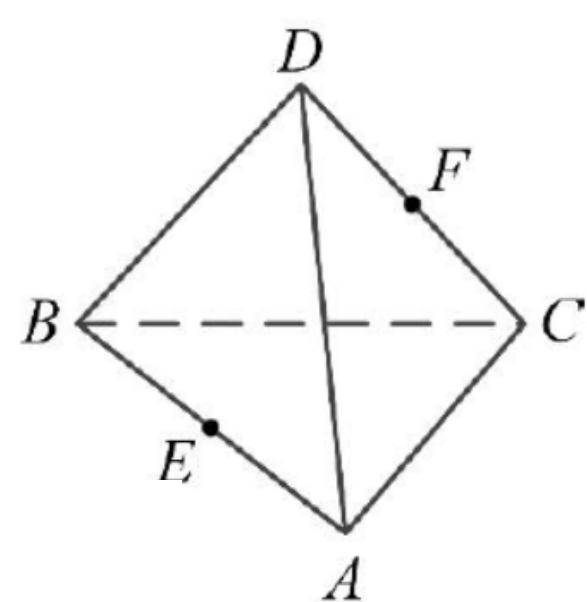
$$\mathbf{A} : a^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{6}} \approx 1,22$$

$$\mathbf{B} : a^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{1}{5}} \approx 1,15$$

$$\mathbf{C} : a^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \approx 1,26$$

$$\mathbf{D} : a^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{5}{6}} \approx 1,781797$$

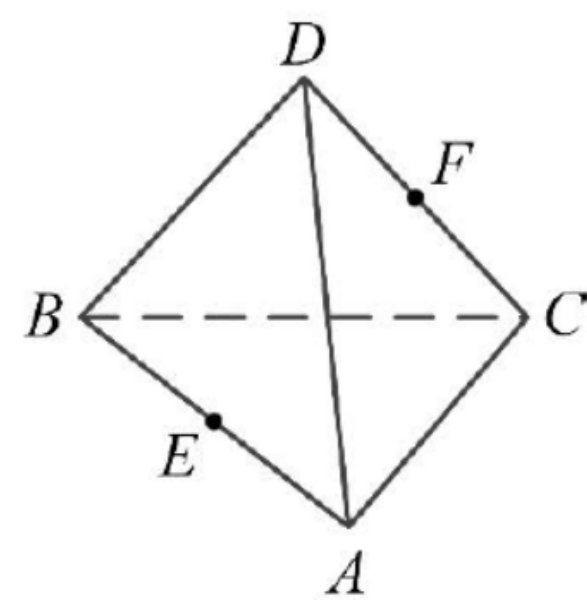
23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgiai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.



23.3. Įrodykite, kad $EF \perp AB$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} &= \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} \right) = \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2} (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}) \right) = \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos 0^\circ + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cos 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cos 120^\circ = \\ &= 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{EF} \Rightarrow AB \perp EF\end{aligned}$$

23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras²² $ABCD$, kurio briaunų²³ ilgiai lygūs 6, o taškai E ir F yra atitinkamai briaunų AB ir CD vidurio taškai.



23.3. Įrodykite, kad $EF \perp AB$.

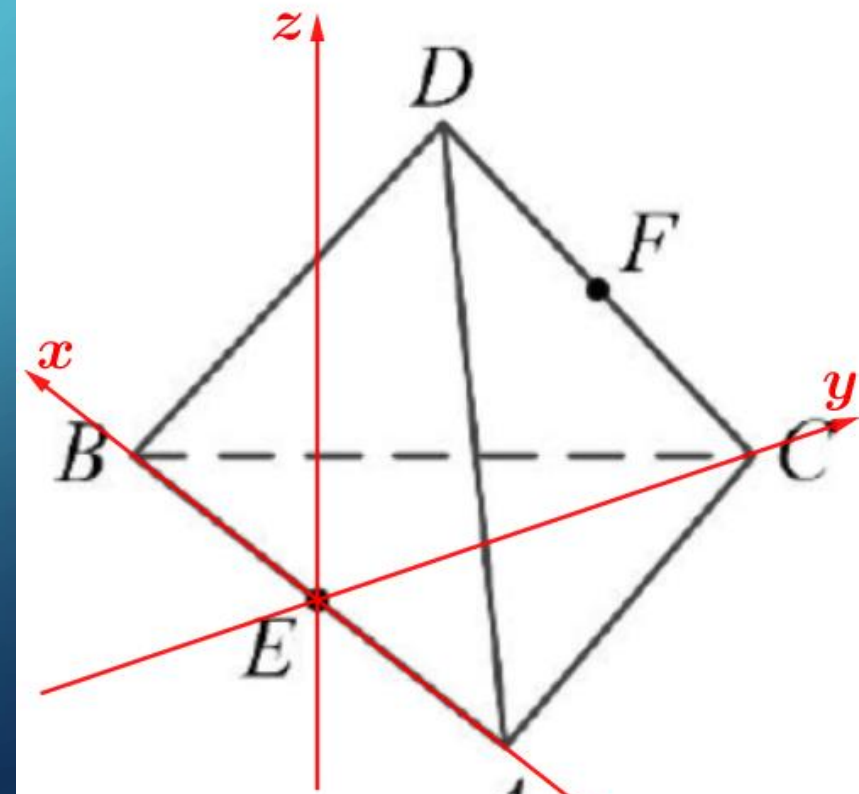
1) $E(0; 0; 0), A(-1; 0; 0), B(1; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 0; 0)$

2) $C(0; h; 0) \Rightarrow D\left(0; \frac{h}{3}; H\right) \Rightarrow F\left(0; \frac{2h}{3}; H\right)$

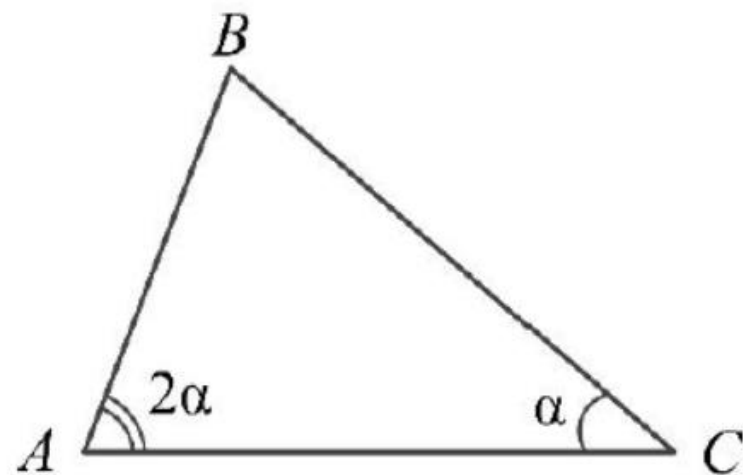
3) $\overrightarrow{EF} = \left(0; \frac{2h}{3}; H\right)$

4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} = 2 \cdot 0 + 0 \cdot \frac{2h}{3} + 0 \cdot H = 0$

5) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{EF} \Rightarrow AB \perp EF$



25. Trikampio ABC kampas ACB lygus α , o kampas BAC lygus 2α ; $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$. Kraštinės BC ilgis yra k kartų didesnis už kraštinės AB ilgį. Įrodykite, kad $\cos \alpha = \frac{k}{2}$, ir nustatykite visas galimas k reikšmes.

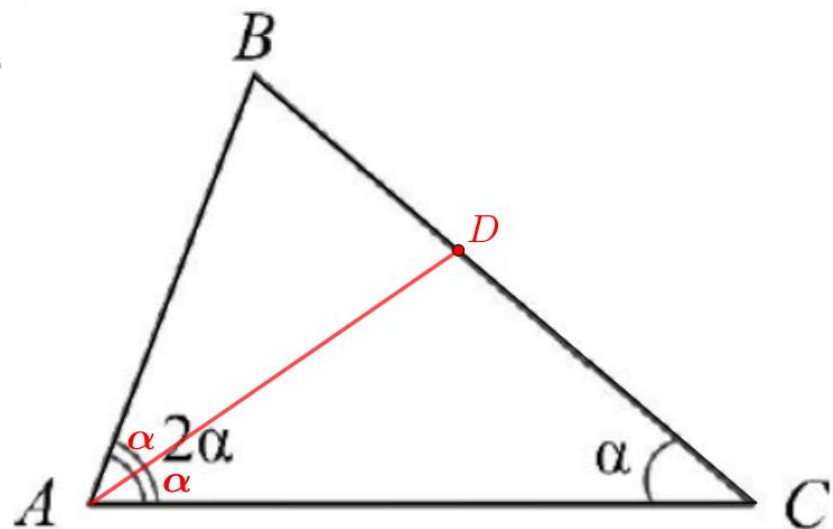


- 1) AD – $\angle BAD$ pusiaukampinė. Taigi $\angle CAD = \angle BAD = \alpha$.
- 2) $\angle ADB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - (180^\circ - \alpha - \alpha) = 2\alpha$.
- 3) $\angle ADB = \angle BAC = 2\alpha$, $\angle BAD = \angle ACD = \alpha \Rightarrow \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADB$ (pagal 2 kampus).

$$4) \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = k.$$

- 5) $\triangle ACD$ – lygiašonis, nes $\angle ACD = \angle CAD = \alpha$.

$$6) \cos \angle DAC = \frac{\frac{1}{2}AC}{AD} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}k = \frac{k}{2}.$$



DĖKUI UŽ DĖMESĮ

KŪRYBINGŲ IR PAKILIOS NUOTAIKOS KUPINŲ MOKSLO BEI ARTĖJANČIŲ

NAUJŲJŲ METŲ!

